

VRAAG GESTELD DOOR: Dr. J. J. Dronkers
VAN: Waterloopkundige Afdeling Deltadienst
TE: 's-Gravenhage.

MONDELING AAN: ir. J. N. Svašek
~~MONDELING~~ april 1966
BU SCHRUVEN N^o:

VRAAG: Weerstandscoefficiënt C in open waterlopen met getijbeweging.

REDEN: Schematisatie van gegevens ten behoeve van tweedimensionale getijberekening.
in de mond van het Haringvliet.

BULAGEN:

GEZ. EN ACC.

AANGEBODEN BU SCHR. N^o:
MET OPMERKINGEN VAN HET HOOFD VAN DE
ZONDER WATERLOOPKUNDIGE AFDELING

ANTWOORD:

1. Inleiding.

De computertechniek maakt het mogelijk om de weerstandscoefficiënt in de getijberekening aan te passen aan de vereiste nauwkeurigheid. Met name de waterstandsvariatie heeft op ondiep water grote variaties van de coefficiënt ten gevolge. Ook bij de berekening van de coefficiënt voor een gemiddelde waterdiepte in een vak met variabele diepten kunnen onnauwkeurigheden in de getijberekeningen worden geïntroduceerd.

2. Definities van de weerstandscoefficiënt C.

De weerstandscoefficiënt van Chézy, afkomstig uit de formule voor permanente stromen:

$$v = C \sqrt{R \cdot I} \quad (\text{voor symbolen zie bijlage 1.})$$

kan op verschillende wijzen bepaald worden.

Hier worden slechts 2 formules beschouwd:

STRICKLER:

$$C = \alpha D^{1/6}$$

met α voor het deltagebied en met name voor de monden van de zeegaten:

$$\alpha = 42$$

Deze waarde is gebaseerd op ervaring met eendimensionale getijberekeningen.

W H I T E:

Uit de logaritmische formule voor snelheidsverdeling van VON KARMAN is afgeleid de formule voor hydraulisch ruwe waterlopen:

$$C = \frac{\sqrt{g}}{\kappa} \cdot \ln \frac{12D}{k}$$

(4)

Hierin is de konstante van VON KARMAN: $\kappa = 0,4$ voor ideale omstandigheden zonder sedimenttransport. De ruwheidsfactor k is in het delta-gebied in de orde van 1 decimeter.

Indien gekozen wordt: $\kappa = 0,35$ en $k = 0,12m$, dan komen de formules (3) en (4) in de belangrijkste trajecten overeen (zie bijl. 2). VANONI (1941) en ISMAIL (1951) hebben gevonden, dat in modellen met een belangrijk sedimenttransport in suspensie de constante κ nog lagere waarden kan aannemen. Het kan worden toegeschreven aan reductie van de turbulentie door het verhoogde sedimentgehalte bij de bodem, waardoor de bodem schijnbaar gladder wordt.

Hier wordt verder gewerkt met een vereenvoudigde formule (4)

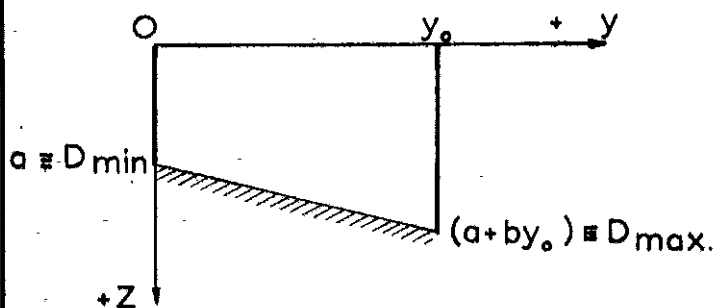
$$C = A \ln BD$$

met: $A = 8,8$ en $B = 100$

(5)
(6a,b)

3. De getijvariaties in waterstanden hebben een belangrijke invloed op de weerstandscoefficiënt, vooral op geringe diepten (zie bijl. 3). Het is daarom gewenst, in een getijberekening, waar vooral de stroomverdeling van belang is, met deze variaties rekening te houden.
4. De gemiddelde weerstandscoefficiënt voor lineair bodemverloop.

Stel dat in een beschouwde doorsnede (met een breedte y_0) de diepte $D = Z$



een lineaire functie van de afstand

$$y \text{ is: } Z = a + by$$

(7)

Dan geldt volgens nevenstaand figuur:

$$\begin{aligned} D_{\min} &= a \\ D_{\max} &= a + by_0 \end{aligned}$$

(8a,b)

De gemiddelde waarde van de weerstandscoefficiënt \bar{C} is in het algemeen gelijk aan:

$$\bar{C} = \frac{1}{y_0} \int_0^{y_0} C(y) dy$$

(9)

en na introductie van (5) : $C = A \ln Bz$

en (7) : $z = a+by$ en hieruit af te leiden $dy = \frac{dz}{b}$

wordt (9) :

$$\bar{C} = \frac{1}{y_0} \int_a^{a+by_0} \frac{A}{bB} \ln(Bz) d(Bz) \quad (10)$$

De oplossing van deze integraal is: $\int \ln x dx = x \ln x - x + c$ (11)

zodat $\bar{C} = \frac{1}{y_0 b B} [B(a+by_0)(A \ln B(a+by_0) - A) - Ba(A \ln Ba - A)]$ (12)

Na het invoeren van de waarden (8a) en (8b) in combinatie met (5) :

$$C_{\max} = A \ln B \cdot D_{\max} = A \ln B (a + by_0) \text{ en} \quad (13 a, b)$$

$$C_{\min} = A \ln B \cdot D_{\min} = A \ln B \cdot a$$

en na verdere rekenkundige vereenvoudiging wordt (12) tenslotte:

$$\bar{C} = C_{\max} - \left[A - \frac{D_{\min}}{D_{\max} - D_{\min}} (C_{\max} - C_{\min}) \right] \quad (14)$$

Voor de grafische bepaling van \bar{C} bij gegeven D_{\min} en D_{\max} zie bijlage 4.

5. Nauwkeurigheid van de formule voor niet lineaire profielen.

De in voorgaand hoofdstuk afgeleide formule (14) geeft een betere benadering voor de gemiddelde weerstandscoefficiënt in een vak van een open waterloop, dan de berekening uit lineair gemiddelde diepte: $\bar{C}' = f(\bar{D})$ (15)

Daarom is voor een aantal, deels aangenomen (regelmatige), deels uit kaart gevonden (onregelmatige), profielen de weerstandscoefficiënt berekend en wel:

1) uit de gemiddelde diepte: $\bar{C}_1 = 42 \bar{D}^{1/6}$

2) uit trapsgewijze benadering: $\bar{C}_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N 42 D_i^{1/6}$

3) met formules 14 en 13 a, b met D_{\min} en D_{\max} als gegeven en \bar{C}_2 als resultaat.

Bij berekeningen ad 2 en 3 is in vakken, waar gedeelten van de bodem boven water komen, de \bar{D} voor het natte profiel bepaald en proportioneel naar de totale breedte van het vak herleid. Bij berekeningen ad 1 is deze werkwijze gevolgd voor het bepalen van de gemiddelde diepte \bar{D} .

Bovendien zijn voor de gevallen ad 2 en 3 ook de diepten \bar{D}_2 en \bar{D}_3 bepaald die als "gemiddelde" diepten behoren bij de gevonden waarde van \bar{C}_2 resp. \bar{C}_3 .

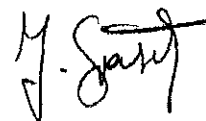
De resultaten van de berekeningen zijn weergegeven op bijlage 5.

6. Aanbevelingen tot schematisatie van de computerberekeningen van de weerstandscoefficiënt C ten behoeve van de tweedimensionale getijberekeningen in de mond van het Haringvliet:

Uit voorgaande blijkt, dat de nauwkeurigheid van de weerstandscoefficiënt kan worden verbeterd door

- a) rekening te houden met de variatie van de waterstand en de weerstandscoefficiënt \bar{C} voor iedere stap opnieuw te bepalen.
- b) bij deze bepaling rekening te houden met het type profiel, dat uit de schematisatie eenduidig moet kunnen worden onderscheiden.
- c) het toepassen van de volgende formules die op bijlage 6 zijn gegeven.

's-Gravenhage, 25 april 1966,



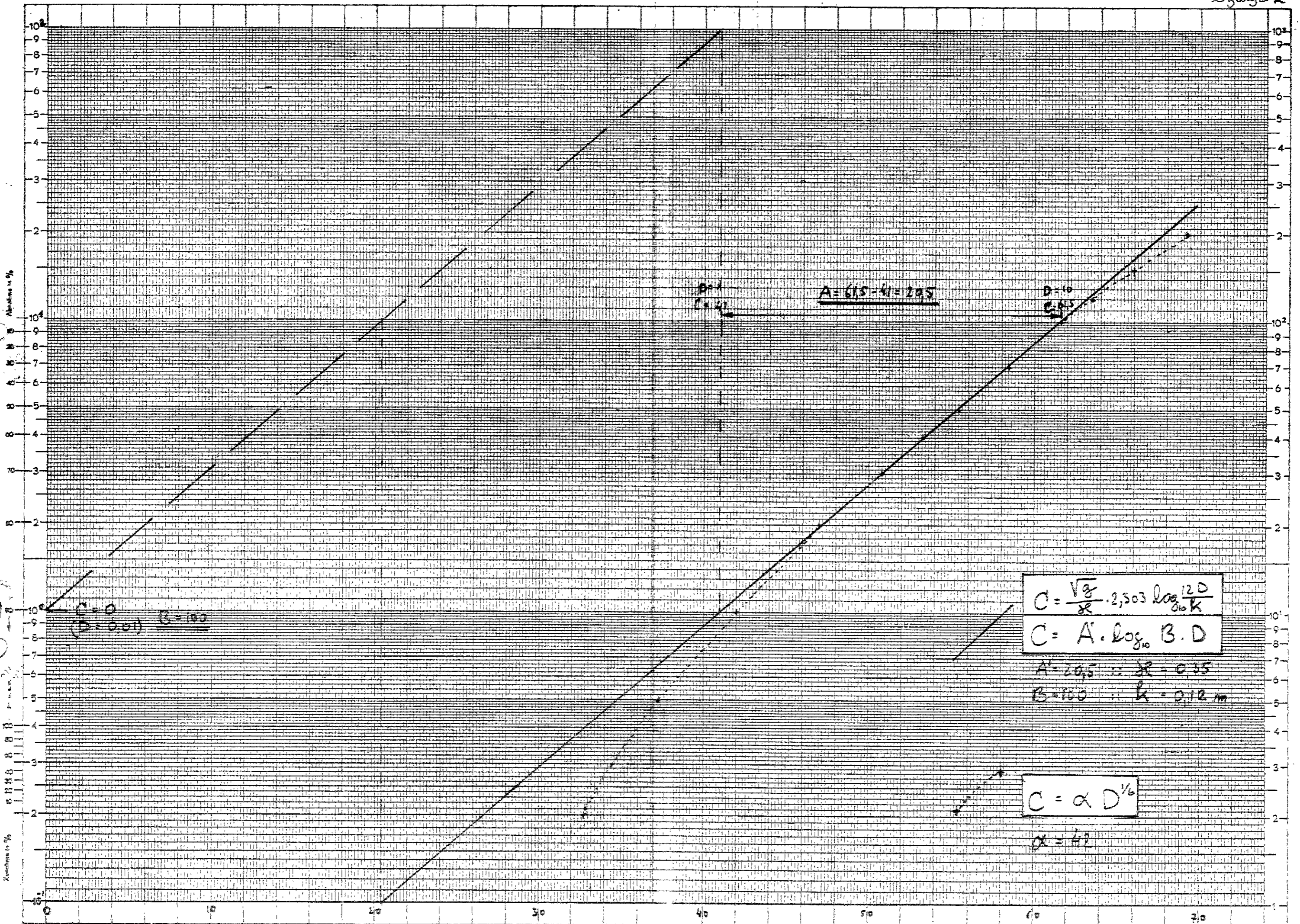
(ir. J. N. Svašek)

Lijst van bijlagen nota K-405.

bijlage	1	Lijst van gebruikte symbolen.
"	2	Vergelijking van von Kärman met Strickler ($\alpha=42$)
"	3	Invloed waterstand op de weerstandscoefficient
"	4	Nomogram voor de bepaling van \bar{C} uit D_{\min} en D_{\max} .
"	5	Invloed van de vorm van de bodem op de C .
"	6	Conclusies in formules.

Gebruikte symbolen:

C	= weerstandscoefficiënt van De Chézy	$\frac{m^{3/2}}{s}$
\bar{C}	= gemiddelde waarde van de weerstandscoefficiënt C	$\frac{m^{3/2}}{s}$
v	= gemiddelde snelheid	$\frac{m}{s}$
R	= hydraulische straal	m
I	= verhang van de energielijn	-
α	= maat voor de ruwheid	$\frac{m^{3/2}}{s}$
D	= diepte	m
\bar{D}	= gemiddelde diepte	m
g	= versnelling van de zwaartekracht	$\frac{m}{s^2}$
α	= constante van Von Kármán	-
k	= ruwheidsfactor	m
A	= $\frac{V^2}{\alpha}$	$\frac{m^3}{s^2}$
B	= $\frac{12}{k}$	$\frac{1}{m}$



$C=0$
 $(D=0,01)$ $B=100$

$A = 615 - 41 = 205$

$$C = \frac{\sqrt{g}}{2R} \cdot 2,303 \log_{10} \frac{12D}{310K}$$

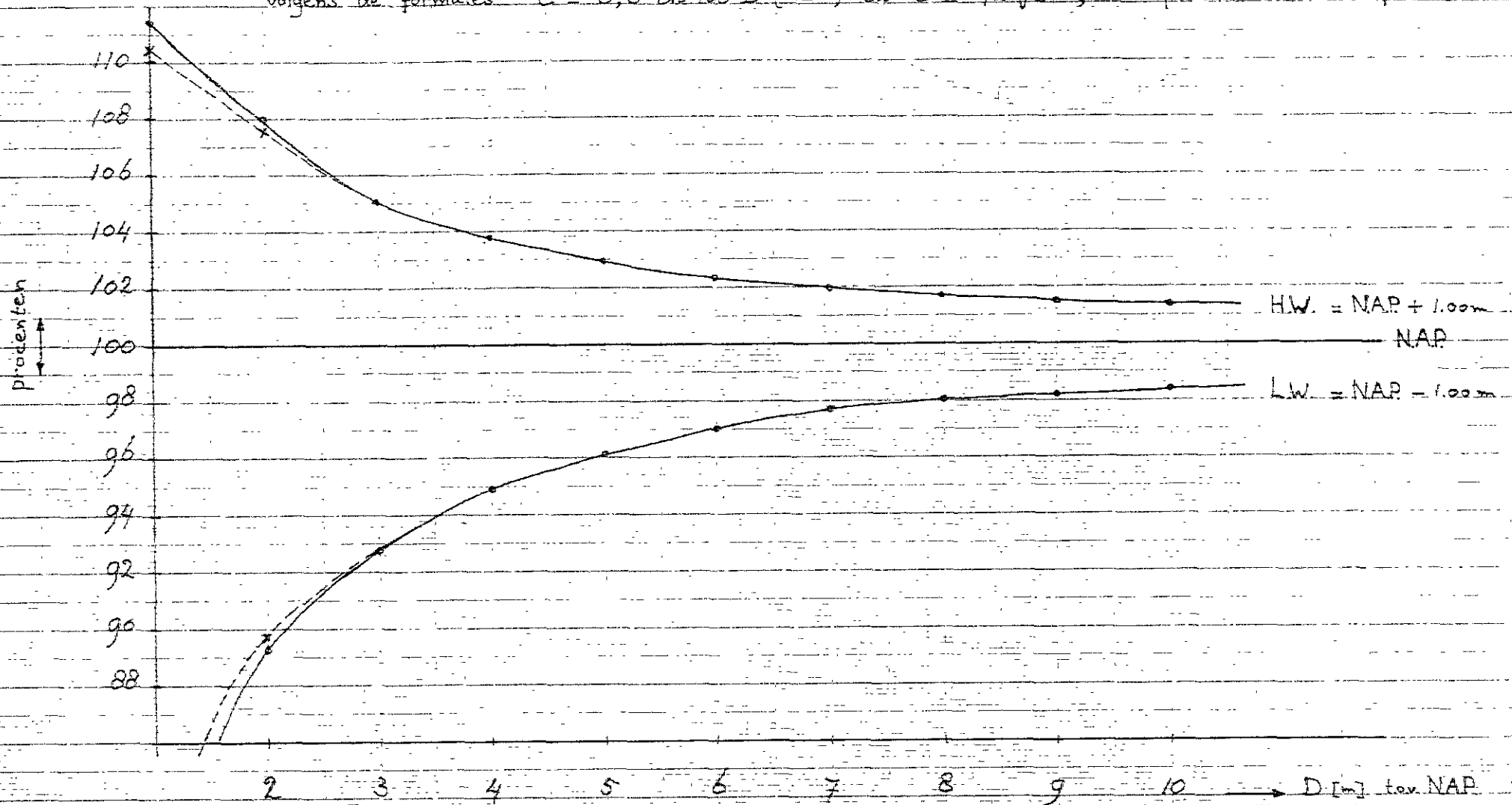
$$C = A' \cdot \log_{10} B \cdot D$$

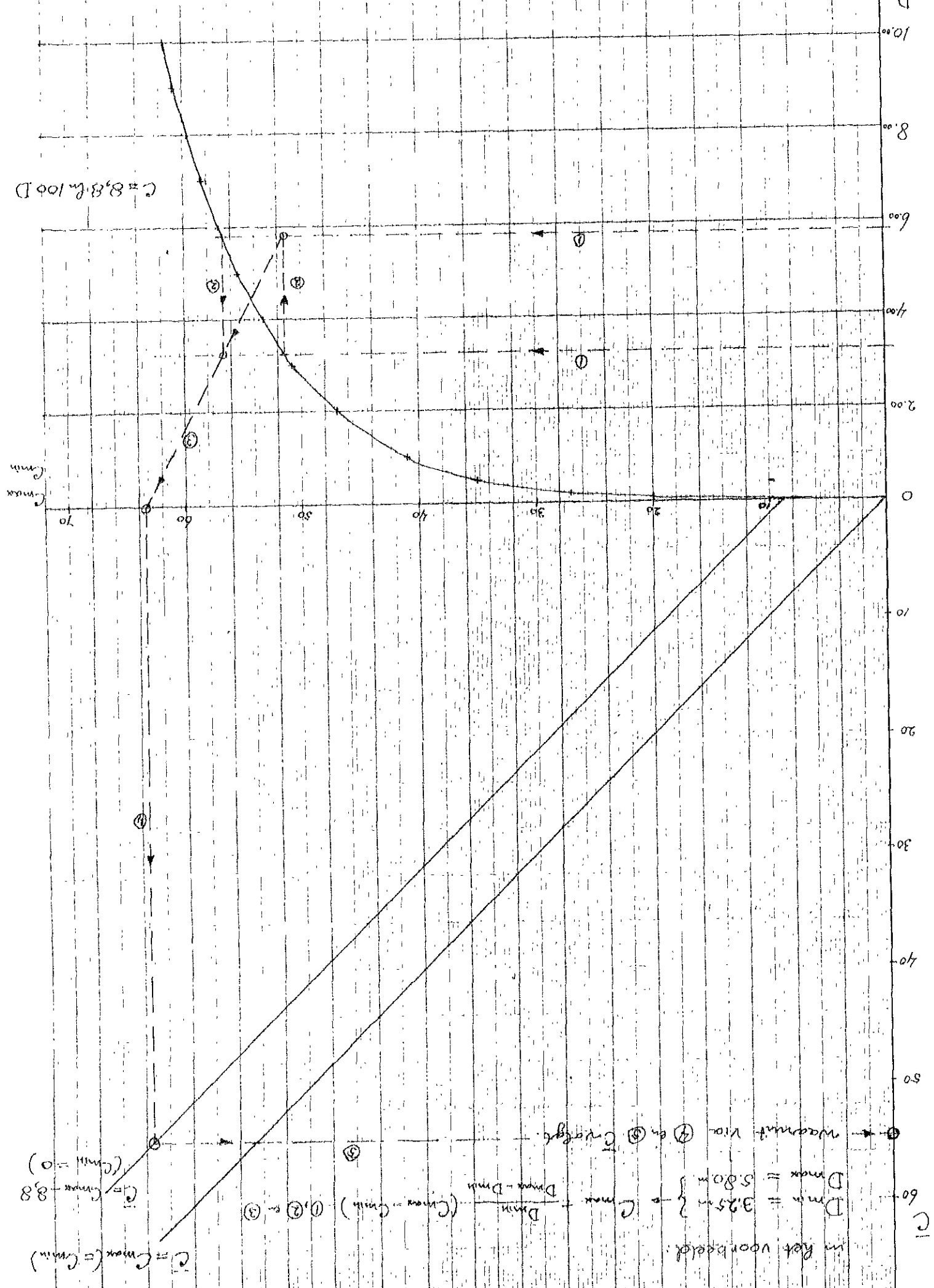
$A' = 20,5 \therefore 2R = 0,35$
 $B = 100 \therefore K = 0,12 \text{ m}$

$$C = \alpha D^{1/6}$$

$\alpha = 42$

Involed van de waterstand in procenten op de weerstandscoefficient van De Chézy, volgens de formules $C = 8,8 \sqrt{100 D}$ (---) en $C = 42 \sqrt[6]{D}$, als functie van de diepte

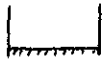
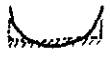





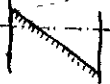
	1			2			3			4			5			6			7			8			9					
waterstand:	H.W.	X		X			X			X			X			X			X			X			X			X		
	NAP		X		X			X			X			X		X			X				X				X			
	L.W.			X			X			X			X			X			X			X			X					
waterdiepten:	\bar{D}	5.00	4.00	3.00	5.00	4.00	3.00	5.00	4.00	3.00	5.15	4.15	3.15	5.00	4.00	2.90	4.40	3.50	2.70	3.90	4.10	2.10	4.40							
	D_{min}	2.00	1.00	0.00	2.00	1.00	0.00	2.00	1.00	0.00	2.00	1.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.20	0.00	0.00	0.00	2.00	0.00	1.00							
	D_{max}	8.00	7.00	6.00	6.30	5.30	4.30	12.00	11.00	10.00	6.50	5.50	4.50	7.50	6.50	5.50	9.50	8.50	7.50	6.00	8.00	6.00	5.00							
	$\bar{C}_1 = 42\sqrt[6]{\bar{D}}$	55,4	53,3	50,8	55,4	53,3	50,8	55,4	53,3	50,8	55,6	53,7	51,1	55,4	53,3	50,5	54,3	52,1	49,8	53,1	53,6	47,4	54,3							
	$\bar{C}_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i \quad (N=10)$	54,8	52,5	49,4	54,3	51,8	37,8	52,0	48,2	18,5	55,3	53,2	50,3	54,9	52,5	47,9	51,8	44,1	38,0	51,5	52,4	34,6	53,8							
	$\bar{C}_3 = (14)$	54,9	52,2	48,2	53,4	50,5		58,1	56,0		53,7	50,7	45,6	52,8	48,9	45,6	53,0	43,6	37,6	48,2	54,9	33,7	50,2							
	y_1				0,3	0,3	0,3	0,7	0,7	0,7				0,25	0,25	0,25	0,85	0,75		0,3	0,7	0,7	0,7							
	y_2				0,7	0,7	0,7	0,3	0,3	0,3				0,75	0,75	0,75	0,15	0,25		0,7	0,3	0,3	0,3							
	$\bar{C}_4 = \frac{\bar{C}_{31} \cdot y_1 + \bar{C}_{32} \cdot y_2}{y_1 + y_2}$				54,3	51,8	37,8	52,0	48,2	18,5				55,0	52,5	48,0	45,6	39,3		50,8	52,6	33,7	52,8							
	$\bar{D}_2 = \left(\frac{\bar{C}_2}{42}\right)^6$	4.65	3.70	2.60	4.40	3.40	0.50	3.40	2.30	0.01	4.90	3.95	2.85	4.70	3.70	2.20	3.35	1.40	0.50	3.30	3.60	0.30	4.20							
	$\bar{D}_3 = f(14)$	4.70	3.50	2.30	4.05	2.90		6.80	5.30		4.20	3.00	1.70	3.80	2.45	1.70	3.90	1.35	0.60	2.30	4.70	0.20	2.80							
	$\bar{D}_4 = \left(\frac{\bar{C}_4}{42}\right)^6$				4.40	3.40	0.50	3.40	2.30	0.01				4.80	3.70	2.20	1.70	0.65		3.00	3.70	0.25	3.80							
Opmerkingen:					$\bar{C}_2 \equiv \bar{C}_4$			$\bar{C}_2 \equiv \bar{C}_4$			$D_r=3.00$			$D_r=2.00$			$D_r=1.00$						$\bar{C}_4 \equiv \bar{C}_3$							

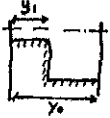
Notatie: $D_1 = D_{min}$ bij N.A.P. $D_2 = D_{max}$ bij N.A.P. $h =$ waterstand tov. N.A.P.
 $C_1 = 8,8 \ln 100(D_1 + h)$ $C_2 = 8,8 \ln 100(D_2 + h)$
 α is een parameter, die met D_1 en D_2 het geschematiseerde dwarsprofiel vastlegt.

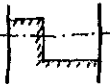
1. $D_2 + h \leq 0$: het gehele profiel ligt boven water, $\bar{C} = 0$, $\bar{D} = 0$


2. $D_1 = D_2$, $\alpha = 0$  of  $\bar{C} = C_1 = C_2$, $\bar{D} = D_2 + h$

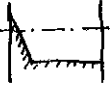
3. $D_1 \neq D_2$, $\alpha = 1$, $D_1 + h > 0$  $\bar{C} = C_2 - 8,8 + \frac{D_1 + h}{D_2 - D_1} (C_2 - C_1)$, $\bar{D} = \frac{D_1 + D_2 + h}{2}$

4. $D_1 \neq D_2$, $\alpha = 1$, $D_1 + h \leq 0$  $\bar{C} = \frac{D_2 + h}{D_2 - D_1} (C_2 - 8,8)$, $\bar{D} = \frac{(D_2 + h)^2}{2(D_2 - D_1)}$



5. $D_1 \neq D_2$, $\alpha < 1$, $D_1 + h > 0$  $\alpha = \frac{y_1}{y_0}$
 $\bar{C} = \alpha C_1 + (1 - \alpha) C_2$, $\bar{D} = \alpha D_1 + (1 - \alpha) D_2 + h$

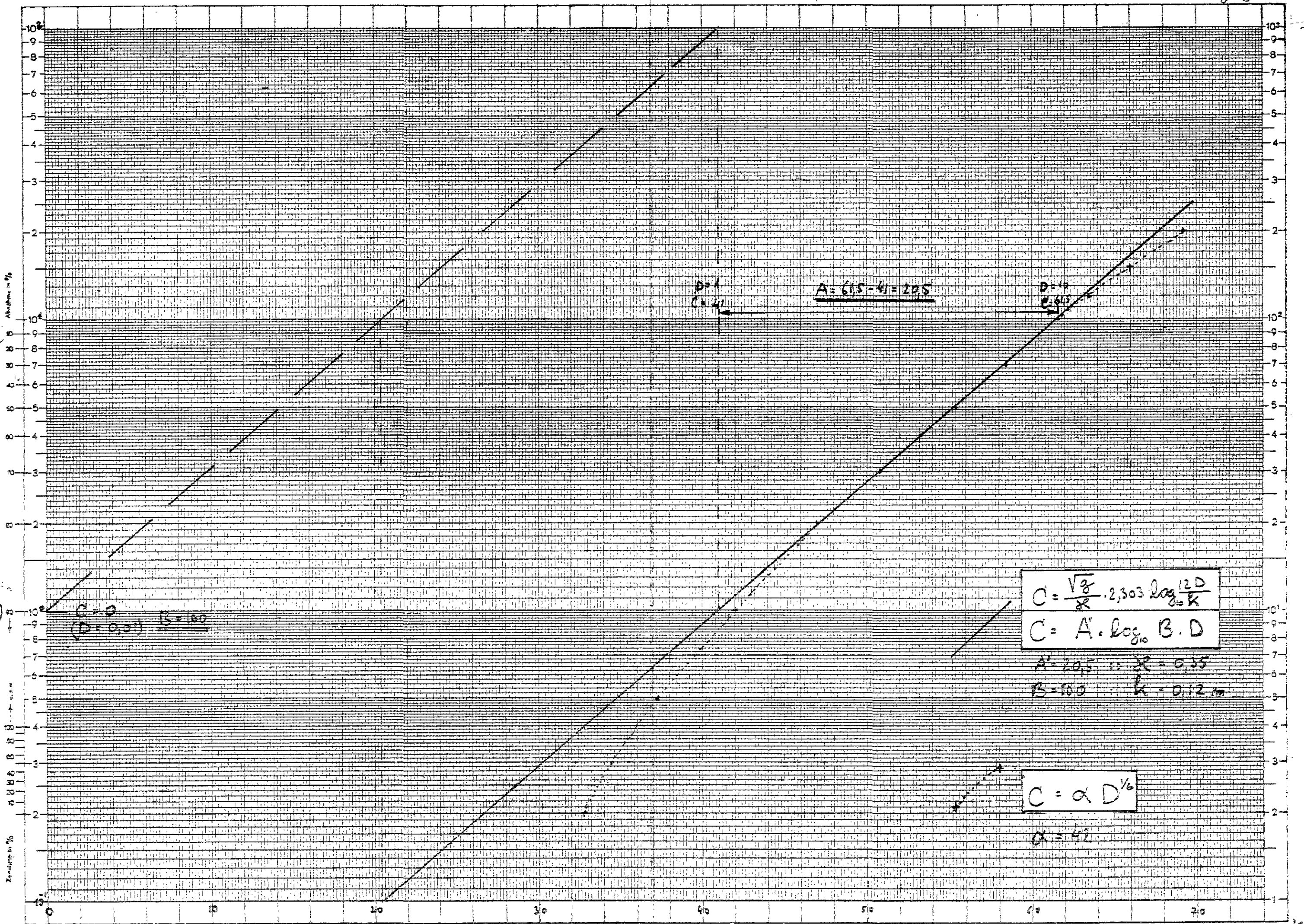
6. $D_1 \neq D_2$, $\alpha < 1$, $D_1 + h \leq 0$  $\bar{C} = (1 - \alpha) C_2$, $\bar{D} = (1 - \alpha) D_2 + h$

7. $D_1 \neq D_2$, $\alpha > 1$, $D_1 + h > 0$  $\alpha = \frac{y_0}{y_1}$
 $\bar{C} = (1 - \frac{1}{\alpha}) C_2 + \frac{1}{\alpha} \left\{ C_2 - 8,8 + \frac{D_1 + h}{D_2 - D_1} (C_2 - C_1) \right\}$

8. $D_1 \neq D_2$, $\alpha > 1$, $D_1 + h \leq 0$  $\bar{C} = (1 - \frac{1}{\alpha}) C_2 + \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{D_2 + h}{D_2 - D_1} \{ C_2 - 8,8 \}$

α legt de vorm van het profiel vast en is onmisbaar bij het onderscheiden van de (4 basisprofielen), welke?

Blijkt echter dat 3 parameters per vak teveel geheugenruimte in de computer zal vergen, dan dient overwogen te worden of de profielen  en  niet nog verder geschematiseerd kunnen worden zonder dat de fout te groot wordt. (zie ook Bijlage 5)



$C=0$
 $(D=0,01)$ $B=100$

$A=61,5-41=20,5$

$$C = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2,303 \log_{10} \frac{12D}{k}$$

$$C = A \cdot \log_{10} B \cdot D$$

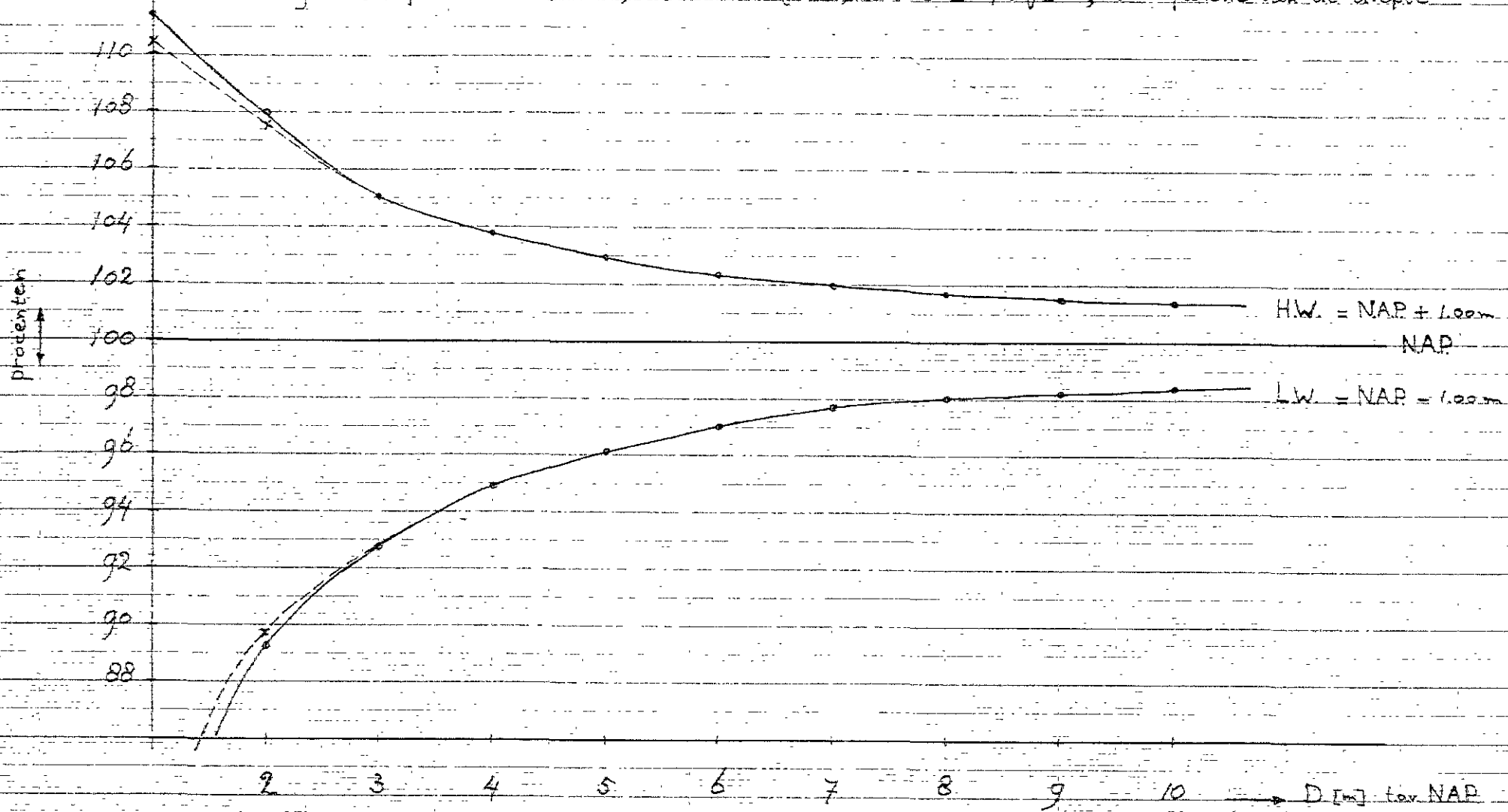
$A=20,5 \quad \therefore R=0,35$
 $B=100 \quad \therefore k=0,12 \text{ m}$

$$C = \alpha D^{1/6}$$

$\alpha=42$

Involed van de waterstand in procenten op de weerstandscoefficient van De Chézy,

volgens de formules $C = 8,8 \ln 100 D$ (---) en $C = 42 \sqrt[3]{D}$, als functie van de diepte



in het voorbeeld:

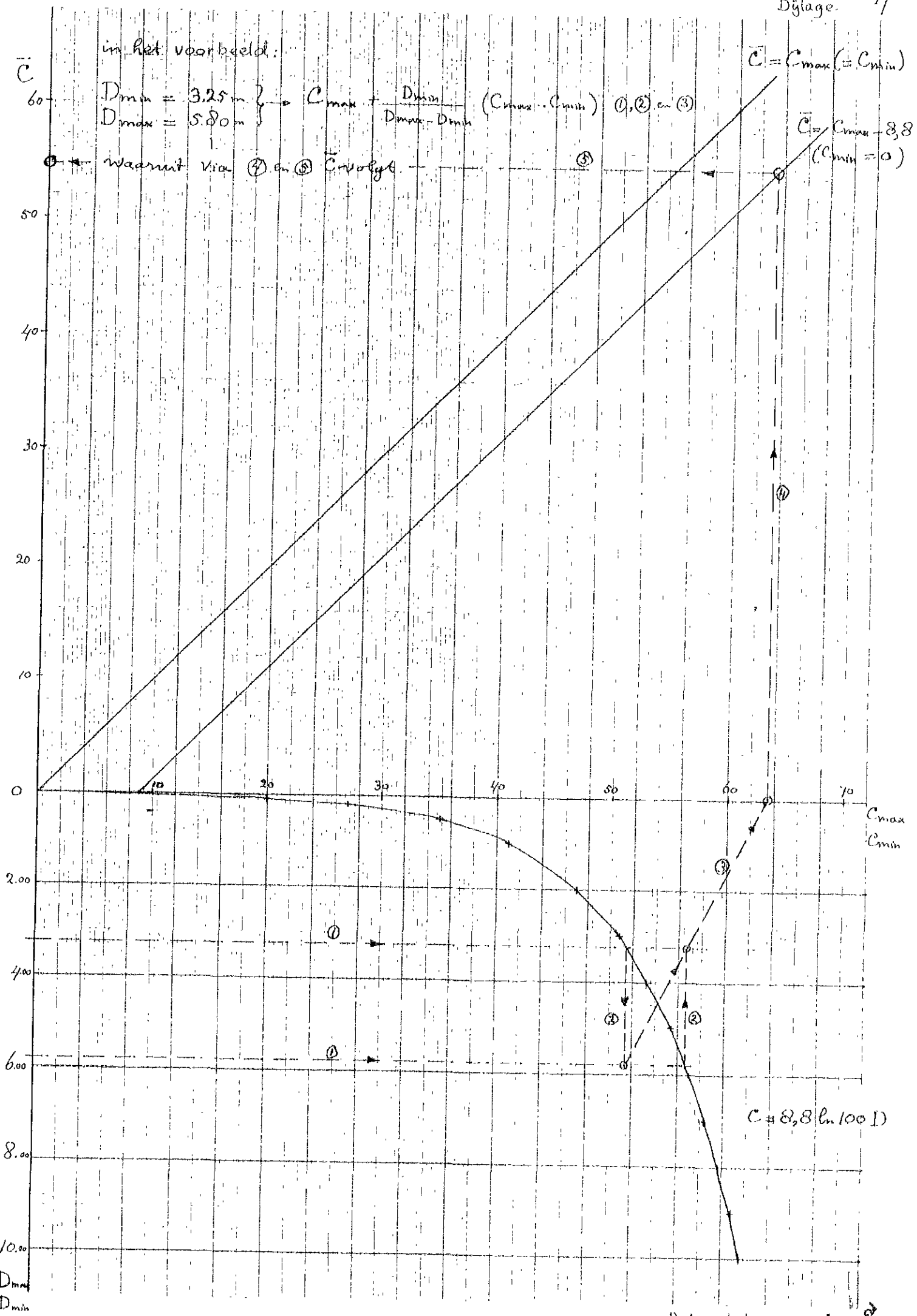
$D_{min} = 3,25 m$
 $D_{max} = 5,80 m$

$$C_{max} - \frac{D_{min}}{D_{max} - D_{min}} (C_{max} - C_{min}) \quad (1), (2) \text{ en } (3)$$

waarmee via (4) en (5) \bar{C} volgt.

$$\bar{C} = C_{max} (= C_{min})$$

$$\bar{C} = C_{max} = 8,8 \quad (C_{min} = 0)$$




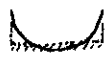
	1			2			3			4			5			6			7			8			9					
waterstand:	H.W.	X		X			X			X			X			X			X			X			X			X		
	NAP.		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	
	L.W.			X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		
waterdiepten:	\bar{D}	5.00	4.00	3.00	5.00	4.00	3.00	5.00	4.00	3.00	5.15	4.15	3.15	5.00	4.00	2.90	4.40	3.50	2.70		3.90	4.10	2.10		4.40					
	D_{min}	2.00	1.00	0.00	2.00	1.00	0.00	2.00	1.00	0.00	2.00	1.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.20	0.00	0.00		0.00	2.00	0.00		1.00					
	D_{max}	8.00	7.00	6.00	6.30	5.30	4.30	12.00	11.00	10.00	6.50	5.50	4.50	7.50	6.50	5.50	9.50	8.50	7.50		6.00	8.00	6.00		5.00					
	$\bar{C}_1 = 42\sqrt{\bar{D}}$	55,4	53,3	50,8	55,4	53,3	50,8	55,4	53,3	50,8	55,6	53,7	51,1	55,4	53,3	50,5	54,3	52,1	49,8		53,1	53,6	47,4		54,3					
	$\bar{C}_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i$ (N=10)	54,8	52,5	49,4	54,3	51,8	37,8	52,0	48,2	18,5	55,3	53,2	50,3	54,9	52,5	47,9	51,8	44,1	38,0		51,5	52,4	34,6		53,8					
	$\bar{C}_3 = (14)$	54,9	52,2	48,2	53,4	50,5		58,1	56,0		53,7	50,7	45,6	52,8	48,9	45,6	53,0	43,6	37,6		48,2	54,9	33,7		50,2					
	y_1				0,3	0,3	0,3	0,7	0,7	0,7				0,25	0,25	0,25	0,85	0,75			0,3		0,7	0,7		0,7				
	y_2				0,7	0,7	0,7	0,3	0,3	0,3				0,75	0,75	0,75	0,15	0,25			0,7		0,3	0,3		0,3				
	$\bar{C}_4 = \frac{\bar{C}_{31} \cdot y_1 + \bar{C}_{32} \cdot y_2}{y_1 + y_2}$				54,3	51,8	37,8	52,0	48,2	18,5				55,0	52,5	48,0	45,6	39,3			50,8		52,6	33,7		52,8				
	$\bar{D}_2 = \left(\frac{\bar{C}_2}{42}\right)^6$	4.65	3.70	2.60	4.40	3.40	0.50	3.40	2.30	0.01	4.90	3.95	2.85	4.70	3.70	2.20	3.35	1.40	0.50		3.30	3.60	0.30		4.20					
	$\bar{D}_3 = f(14)$	4.70	3.50	2.30	4.05	2.90		6.80	5.30		4.20	3.00	1.70	3.80	2.45	1.70	3.90	1.35	0.60		2.30	4.70	0.20		2.80					
	$\bar{D}_4 = \left(\frac{\bar{C}_4}{42}\right)^6$				4.40	3.40	0.50	3.40	2.30	0.01				4.80	3.70	2.20	1.70	0.65			3.00	3.70	0.25		3.80					
Opmerkingen:					$\bar{C}_2 \equiv \bar{C}_4$			$\bar{C}_2 \equiv \bar{C}_4$						$D_r=3.00$	$D_r=2.00$	$D_r=1.00$	profiel over 0.04 boven water								$\bar{C}_4 \equiv \bar{C}_3$					


Lijst van bijlagen nota K-405.


bijlage	1	Lijst van gebruikte symbolen.
"	2	Vergelijking van von Kärman met Strickler ($\alpha=42$)
"	3	Invloed waterstand op de weerstandscoefficient
"	4	Nomogram voor de bepaling van \bar{C} uit D_{\min} en D_{\max} .
"	5	Invloed van de vorm van de bodem op de C .
"	6	Conclusies in formules.

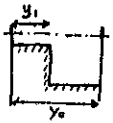
Notatie: $D_1 = D_{\min}$ bij N.A.P. $D_2 = D_{\max}$ bij N.A.P. $h = \text{waterstand tav. N.A.P.}$
 $C_1 = 8,8 \ln 100(D_1+h)$ $C_2 = 8,8 \ln 100(D_2+h)$
 α is een parameter, die met D_1 en D_2 het geschematiseerde dwarsprofiel vastlegt.

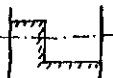
1. $D_2+h \leq 0$: het gehele profiel ligt boven water, $\bar{C} = 0$, $\bar{D} = 0$


2. $D_1 = D_2$, $\alpha = 0$  of  $\bar{C} = C_1 = C_2$, $\bar{D} = D_2 + h$

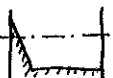
3. $D_1 \neq D_2$, $\alpha = 1$, $D_1+h > 0$  $\bar{C} = C_2 - 8,8 + \frac{D_1+h}{D_2-D_1}(C_2 - C_1)$, $\bar{D} = \frac{D_1+D_2}{2} + h$

4. $D_1 \neq D_2$, $\alpha = 1$, $D_1+h \leq 0$  $\bar{C} = \frac{D_2+h}{D_2-D_1}(C_2 - 8,8)$, $\bar{D} = \frac{(D_2+h)^2}{2(D_2-D_1)}$



5. $D_1 \neq D_2$, $\alpha < 1$, $D_1+h > 0$  $\alpha = \frac{y_1}{y_0}$
 $\bar{C} = \alpha \cdot C_1 + (1-\alpha) C_2$, $\bar{D} = \alpha D_1 + (1-\alpha) D_2 + h$

6. $D_1 \neq D_2$, $\alpha < 1$, $D_1+h \leq 0$  $\bar{C} = (1-\alpha) C_2$, $\bar{D} = (1-\alpha) D_2 + h$

7. $D_1 \neq D_2$, $\alpha > 1$, $D_1+h > 0$  $\alpha = \frac{y_0}{y_1}$
 $\bar{C} = (1-\frac{1}{\alpha}) C_2 + \frac{1}{\alpha} \left\{ C_2 - 8,8 + \frac{D_1+h}{D_2-D_1}(C_2 - C_1) \right\}$

8. $D_1 \neq D_2$, $\alpha > 1$, $D_1+h \leq 0$  $\bar{C} = (1-\frac{1}{\alpha}) C_2 + \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{D_2+h}{D_2-D_1} \{ C_2 - 8,8 \}$

α legt de vorm van het profiel vast en is onmisbaar bij het onderscheiden van de 4 basisprofielen.

Blijkt echter dat 3 parameters per vak teveel geheugenruimte in de computer zal vergen, dan dient overwogen te worden of de profielen  en  niet nog verder geschematiseerd kunnen worden zonder dat de fout te groot wordt. (zie ook Bijlage 5)

VRAAG GESTELD DOOR: Dr. J. J. Dronkers
 VAN: Waterloopkundige Afdeling Deltadienst
 TE: 's-Gravenhage.

MONDELING AAN: ir. J. N. Svašek
~~MEMORANDUM~~ april 1966
 BU SCHRUVEN N^o:

VRAAG: Weerstandscoefficiënt C in open waterlopen met getijbeweging.

REDEN: Schematisatie van gegevens ten behoeve van tweedimensionale getijberekening.
 in de mond van het Haringvliet.

BULAGEN:

GEZ. EN ACC.

AANGEBODEN BU SCHR. N^o:

MET OPMERKINGEN VAN HET HOOFD VAN DE
ZONDER WATERLOOPKUNDIGE AFDELING

ANTWOORD:

1. Inleiding.

De computertechniek maakt het mogelijk om de weerstandscoefficiënt in de getijberekening aan te passen aan de vereiste nauwkeurigheid. Met name de waterstandsvariatie heeft op ondiep water grote variaties van de coefficiënt ten gevolge. Ook bij de berekening van de coefficiënt voor een gemiddelde waterdiepte in een vak met variabele diepten kunnen onnauwkeurigheden in de getijberekeningen worden geïntroduceerd.

2. Definities van de weerstandscoefficiënt C.

De weerstandscoefficiënt van Chézy, afkomstig uit de formule voor permanente stromen:

$$v = C \sqrt{R \cdot I} \quad (\text{voor symbolen zie bijlage 1.})$$

kan op verschillende wijzen bepaald worden.

Hier worden slechts 2 formules beschouwd:

S T R I C K L E R:

$$C = \alpha D^{1/6}$$

met α voor het deltagebied en met name voor de monden van de zeegetaten:

$$\alpha = 42$$

Deze waarde is gebaseerd op ervaring met eendimensionale getijberekeningen.

W H I T E:

Uit de logaritmische formule voor snelheidsverdeling van VON KARMAN is afgeleid de formule voor hydraulisch ruwe waterlopen:

$$C = \frac{\sqrt{g}}{\kappa} \cdot \ln \frac{12D}{k} \quad (4)$$

Hierin is de konstante van VON KARMAN: $\kappa = 0,4$ voor ideale omstandigheden zonder sedimenttransport. De ruwheidsfactor k is in het delta-gebied in de orde van 1 decimeter.

Indien gekozen wordt: $\kappa = 0,35$ en $k = 0,12m$, dan komen de formules (3) en (4) in de belangrijkste trajecten overeen (zie bijl. 2). VANONI (1941) en ISMAIL (1951) hebben gevonden, dat in modellen met een belangrijk sedimenttransport in suspensie de constante κ nog lagere waarden kan aannemen. Het kan worden toegeschreven aan reductie van de turbulentie door het verhoogde sedimentgehalte bij de bodem, waardoor de bodem schijnbaar gladder wordt.

Hier wordt verder gewerkt met een vereenvoudigde formule (4)

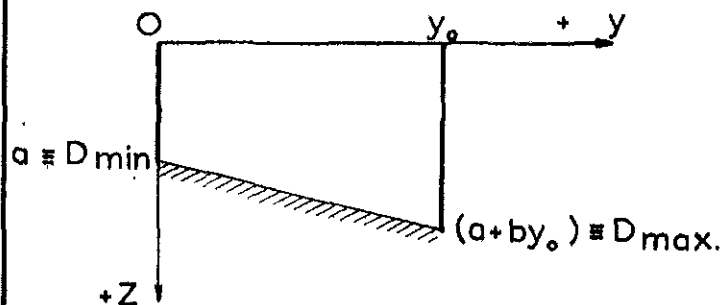
$$C = A \ln BD \quad (5)$$

met: $A = 8,8$ en $B = 100$ (6a,b)

3. De getijvariaties in waterstanden hebben een belangrijke invloed op de weerstandscoefficiënt, vooral op geringe diepten (zie bijl.3). Het is daarom gewenst, in een getijberekening, waar vooral de stroomverdeling van belang is, met deze variaties rekening te houden.

4. De gemiddelde weerstandscoefficiënt voor lineair bodemverloop. Stel dat in een beschouwde doorsnede (met een breedte y_0) de diepte

$$D = Z$$



een lineaire functie van de afstand

$$y \text{ is: } Z = a + by \quad (7)$$

Dan geldt volgens nevenstaand figuur:

$$\begin{aligned} D_{\min} &= a \\ D_{\max} &= a + by_0 \end{aligned} \quad (8a,b)$$

De gemiddelde waarde van de weerstandscoefficiënt \bar{C} is in het algemeen gelijk aan:

$$\bar{C} = \frac{1}{y_0} \int_0^{y_0} C(y) dy \quad (9)$$

en na introductie van (5); $C = A \ln Bz$

en (7); $z = a+by$ en hieruit af te leiden $dy = \frac{dz}{b}$
wordt (9):

$$\bar{C} = \frac{1}{y_0} \int_a^{a+by_0} \frac{A}{bB} \ln(Bz) d(Bz) \quad (10)$$

De oplossing van deze integraal is: $\int \ln x dx = x \ln x - x + c$ (11)

$$\text{zodat } \bar{C} = \frac{1}{y_0 b B} [B(a+by_0)(A \ln B(a+by_0) - A) - Ba(A \ln Ba - A)] \quad (12)$$

Na het invoeren van de waarden (8a) en (8b) in combinatie met (5):

$$C_{\max} = A \ln B \cdot D_{\max} = A \ln B (a + by_0) \text{ en} \quad (13 a, b)$$

$$C_{\min} = A \ln B \cdot D_{\min} = A \ln B \cdot a$$

en na verdere rekenkundige vereenvoudiging wordt (12) tenslotte:

$$\bar{C} = C_{\max} - \left[A - \frac{D_{\min}}{D_{\max} - D_{\min}} (C_{\max} - C_{\min}) \right] \quad (14)$$

Voor de grafische bepaling van \bar{C} bij gegeven D_{\min} en D_{\max} zie bijlage 4.

5. Nauwkeurigheid van de formule voor niet lineaire profielen.

De in voorgaand hoofdstuk afgeleide formule (14) geeft een betere benadering voor de gemiddelde weerstandscoefficiënt in een vak van een open waterloop, dan de berekening uit lineair gemiddelde diepte: $\bar{C}' = f(\bar{D})$ (15)

Daarom is voor een aantal, deels aangenomen (regelmatige), deels uit kaart gevonden (onregelmatige), profielen de weerstandscoefficiënt berekend en wel:

1) uit de gemiddelde diepte: $\bar{C}_1 = 42 \bar{D}^{1/6}$

2) uit trapsgewijze benadering: $\bar{C}_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{i=N} 42 D_i^{1/6}$

3) met formules 14 en 13 a, b met D_{\min} en D_{\max} als gegeven en \bar{C}_3 als resultaat.

Bij berekeningen ad 2 en 3 is in vakken, waar gedeelten van de bodem boven water komen, de \bar{D} voor het natte profiel bepaald en proportioneel naar de totale breedte van het vak herleid. Bij berekeningen ad 1 is deze werkwijze gevolgd voor het bepalen van de gemiddelde diepte \bar{D} .

Bovendien zijn voor de gevallen ad 2 en 3 ook de diepten \bar{D}_2 en \bar{D}_3 bepaald die als "gemiddelde" diepten behoren bij de gevonden waarde van \bar{C}_2 resp. \bar{C}_3 .

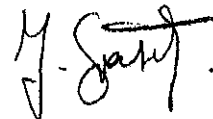
De resultaten van de berekeningen zijn weergegeven op bijlage 5.

6. Aanbevelingen tot schematisatie van de computerberekeningen van de weerstandscoefficiënt C ten behoeve van de tweedimensionale getijberekeningen in de mond van het Haringvliet:

Uit voorgaande blijkt, dat de nauwkeurigheid van de weerstandscoefficiënt kan worden verbeterd door

- a) rekening te houden met de variatie van de waterstand en de weerstandscoefficiënt \bar{C} voor iedere stap opnieuw te bepalen.
- b) bij deze bepaling rekening te houden met het type profiel, dat uit de schematisatie eenduidig moet kunnen worden onderscheiden.
- c) het toepassen van de volgende formules die op bijlage 6 zijn gegeven.

's-Gravenhage, 25 april 1966,



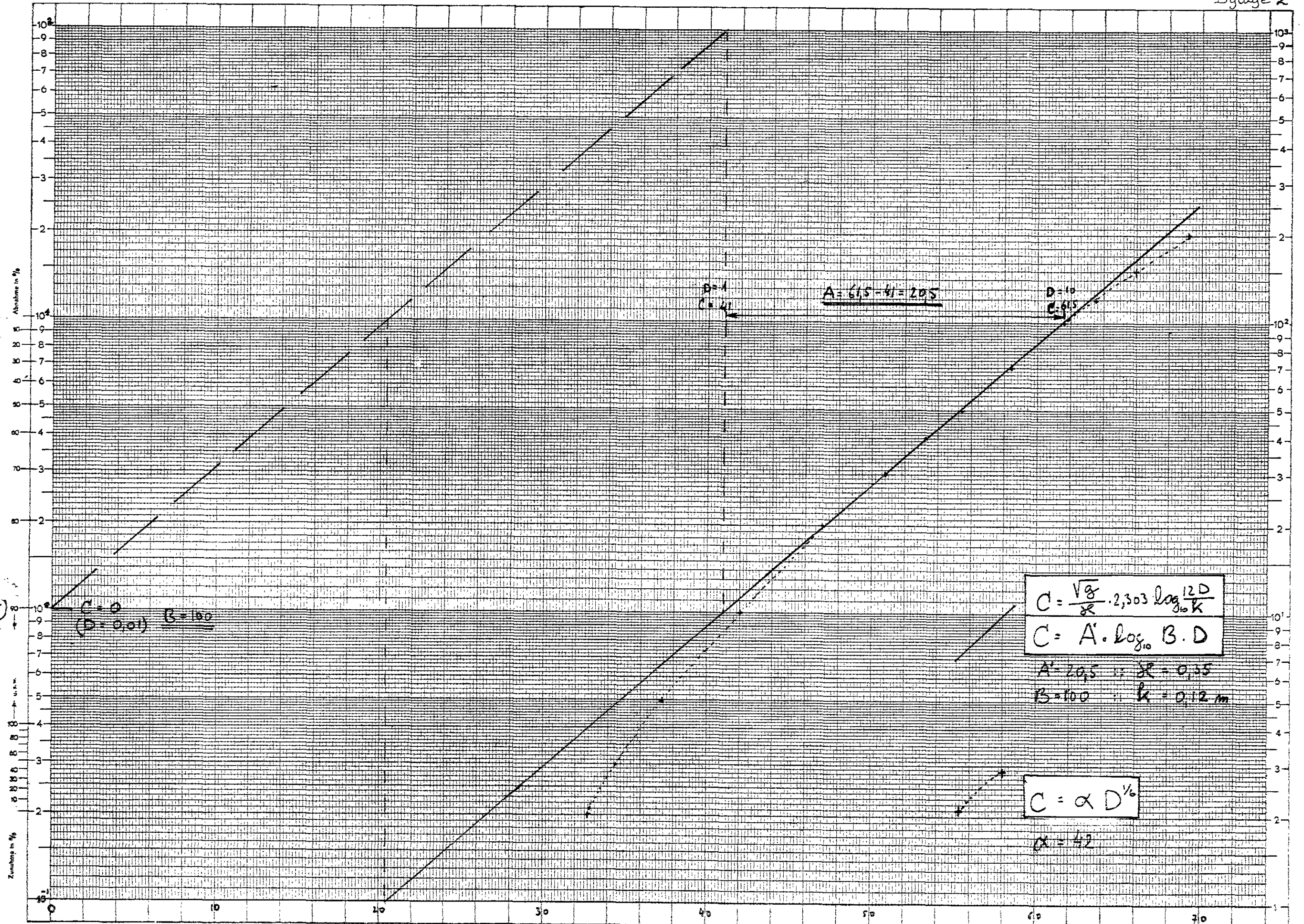
(ir. J. N. Svašek)

Lijst van bijlagen nota K-405.

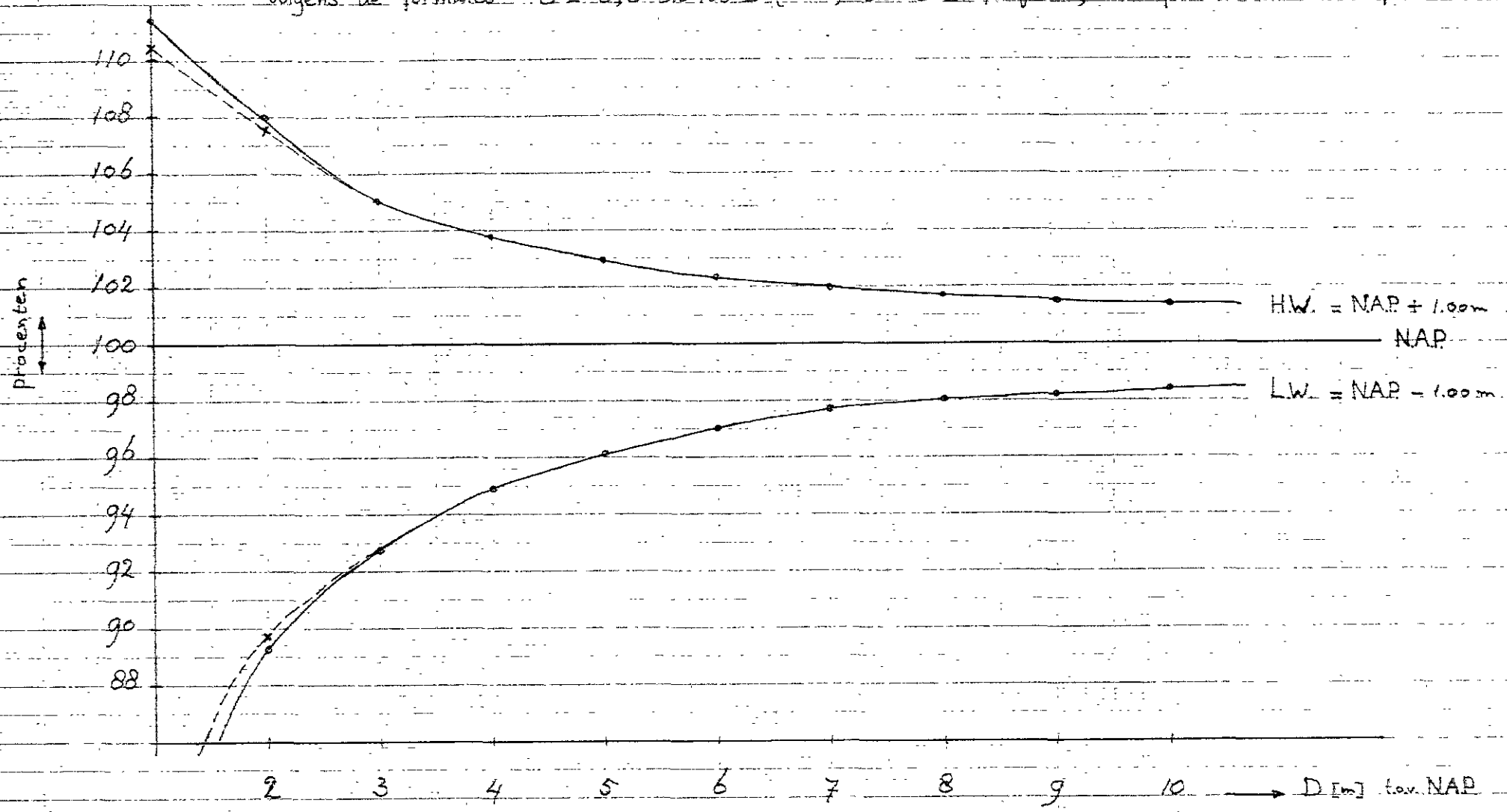
bijlage	1	Lijst van gebruikte symbolen.
"	2	Vergelijking van von Kärman met Strickler ($\alpha=42$)
"	3	Invloed waterstand op de weerstandscoefficient
"	4	Nomogram voor de bepaling van \bar{C} uit D_{\min} en D_{\max} .
"	5	Invloed van de vorm van de bodem op de C
"	6	Conclusies in formules

Gebruikte symbolen:

C	= weerstandscoefficiënt van De Chézy	$\frac{m^{1/2}}{s}$
\bar{C}	= gemiddelde waarde van de weerstandscoefficiënt C	$\frac{m^{1/2}}{s}$
v	= gemiddelde snelheid	$\frac{m}{s}$
R	= hydraulische straal	m
I	= verhang van de energielijn	-
α	= maat voor de ruwheid	$\frac{m^{1/3}}{s}$
D	= diepte	m
\bar{D}	= gemiddelde diepte	m
g	= versnelling van de zwaartekracht	$\frac{m}{s^2}$
α	= constante van Von Kármán	-
k	= ruwheidsfactor	m
A	= $\frac{V_0}{\alpha}$	$\frac{m^{1/2}}{s}$
B	= $\frac{12}{k}$	$\frac{1}{m}$



Involed van de waterstand in procenten op de weerstandscoefficient van De Chézy, volgens de formules $C = 8,8 \ln 100 D$ (---) en $C = 42 \sqrt[6]{D}$, als functie van de diepte



Behoort bij nota nr. K/05

in het voorbeeld:

$$\left. \begin{aligned} D_{min} &= 325 \text{ m} \\ D_{max} &= 580 \text{ m} \end{aligned} \right\} \rightarrow C_{max} + \frac{D_{min}}{D_{max} - D_{min}} (C_{max} - C_{min})$$

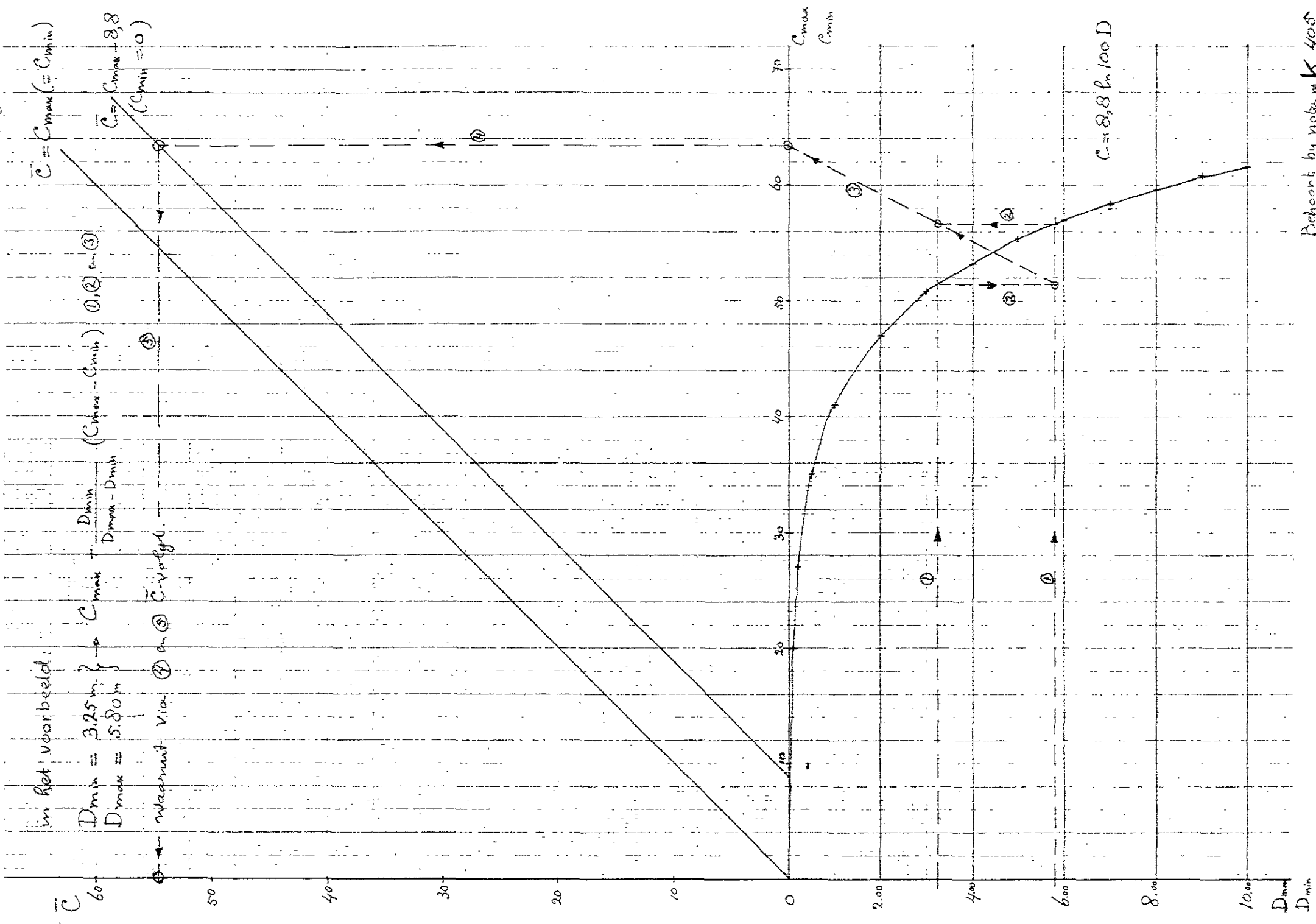
waarmee via ① en ③ \bar{C} wordt.

$$\bar{C} = C_{max} (= C_{min})$$

$$\bar{C} = C_{max} - 8,8$$

$$(C_{min} = 0)$$

$$(C_{max} - C_{min})$$

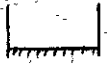



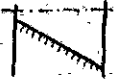
	1			2			3			4			5			6			7			8			9							
Waterstand:	H.W.	X		X			X			X			X			X			X			X			X			X				
	NAP				X			X			X			X			X			X									X			
	-W.		X			X			X			X			X			X					X									
waterdiepter	\bar{D}	4.00	3.00	5.00	4.00	3.00	5.00	4.00	3.00	5.15	4.15	3.15	5.00	4.00	2.90	4.40	3.50	2.70	3.90	4.10	2.10	4.40										
	D_{min}	2.00	1.00	0.00	2.00	1.00	0.00	2.00	1.00	0.00	2.00	1.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.20	0.00	0.00	0.00	2.00	0.00	1.00									
	D_{max}	8.00	7.00	6.00	6.30	5.30	4.30	12.00	11.00	10.00	6.50	5.50	4.50	7.50	6.50	5.50	9.50	8.50	7.50	6.00	8.00	6.00	5.00									
	$\bar{C}_1 = 42\sqrt{\bar{D}}$	55,4	53,3	50,8	55,4	53,3	50,8	55,4	53,3	50,8	55,6	53,7	51,1	55,4	53,3	50,5	54,3	52,1	49,8	53,1	53,6	47,4	54,3									
	$\bar{C}_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i$ (N=10)	54,8	52,5	49,4	54,3	51,8	37,8	52,0	48,2	18,5	55,3	53,2	50,3	54,9	52,5	47,9	51,8	44,1	38,0	51,5	52,4	34,6	53,8									
	$\bar{C}_3 = (14)$	54,9	52,2	48,2	53,4	50,5	58,1	56,0		53,7	50,7	45,6	52,8	48,9	45,6	53,0	43,6	37,6	48,2	54,9	33,7	50,2										
	y_1				0,3	0,3	0,3	0,7	0,7	0,7				0,25	0,25	0,25	0,85	0,75		0,3	0,7	0,7	0,7									
	y_2				0,7	0,7	0,7	0,3	0,3	0,3				0,75	0,75	0,75	0,15	0,25		0,7	0,3	0,3	0,3									
	$\bar{C}_4 = \frac{\bar{C}_{31} \cdot y_1 + \bar{C}_{32} \cdot y_2}{y_1 + y_2}$				54,3	51,8	37,8	52,0	48,2	18,5				55,0	52,5	48,0	45,6	39,3		50,8	52,6	33,7	52,8									
	$\bar{D}_2 = \left(\frac{\bar{C}_2}{42}\right)^6$	4.65	3.70	2.60	4.40	3.40	0.50	3.40	2.30	0.01	4.90	3.95	2.85	4.70	3.70	2.20	3.35	1.40	0.50	3.30	3.60	0.30	4.20									
	$\bar{D}_3 = f(14)$	4.70	3.50	2.30	4.05	2.90		6.80	5.30		4.20	3.00	1.70	3.80	2.45	1.70	3.90	1.35	0.60	2.30	4.70	0.20	2.80									
	$\bar{D}_4 = \left(\frac{\bar{C}_4}{42}\right)^6$				4.40	3.40	0.50	3.40	2.30	0.01				4.80	3.70	2.20	1.70	0.65		3.00	3.70	0.25	3.80									
Opmerkingen:					$\bar{C}_2 \equiv \bar{C}_4$			$\bar{C}_2 \equiv \bar{C}_4$						$D_r=3.00$	$D_r=2.00$	$D_r=1.00$																


profiel over 0.04 boven water

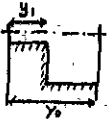
Notatie: $D_1 = D_{\min}$ bij N.A.P. $D_2 = D_{\max}$ bij N.A.P. $h =$ waterstand tov. N.A.P.
 $C_1 = 8,8 \ln 100(D_1+h)$ $C_2 = 8,8 \ln 100(D_2+h)$
 α is een parameter, die met D_1 en D_2 het geschematiseerde dwarsprofiel vastlegt.

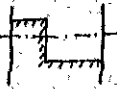
1. $D_2+h \leq 0$: het gehele profiel ligt boven water, $\bar{C} = 0$, $\bar{D} = 0$

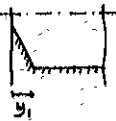
2. $D_1 = D_2$, $\alpha = 0$  of  $\bar{C} = C_1 = C_2$, $\bar{D} = D_2 + h$


3. $D_1 \neq D_2$, $\alpha = 1$, $D_1+h > 0$  $\bar{C} = C_2 - 8,8 + \frac{D_1+h}{D_2-D_1}(C_2 - C_1)$, $\bar{D} = \frac{D_1+D_2}{2} + h$

4. $D_1 \neq D_2$, $\alpha = 1$, $D_1+h \leq 0$  $\bar{C} = \frac{D_2+h}{D_2-D_1}(C_2 - 8,8)$, $\bar{D} = \frac{(D_2+h)^2}{2(D_2-D_1)}$



5. $D_1 \neq D_2$, $\alpha < 1$, $D_1+h > 0$  $\alpha = \frac{y_1}{y_0}$
 $\bar{C} = \alpha \cdot C_1 + (1-\alpha) C_2$, $\bar{D} = \alpha D_1 + (1-\alpha) D_2 + h$

6. $D_1 \neq D_2$, $\alpha < 1$, $D_1+h \leq 0$  $\bar{C} = (1-\alpha) C_2$, $\bar{D} = (1-\alpha) D_2 + h$

7. $D_1 \neq D_2$, $\alpha > 1$, $D_1+h > 0$  $\alpha = \frac{y_0}{y_1}$
 $\bar{C} = (1-\frac{1}{\alpha}) C_2 + \frac{1}{\alpha} \left\{ C_2 - 8,8 + \frac{D_1+h}{D_2-D_1}(C_2 - C_1) \right\}$

8. $D_1 \neq D_2$, $\alpha > 1$, $D_1+h \leq 0$  $\bar{C} = (1-\frac{1}{\alpha}) C_2 + \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{D_2+h}{D_2-D_1} \{ C_2 - 8,8 \}$

α legt de vorm van het profiel vast en is onmisbaar bij het onderscheiden van de 4 basisprofielen.

Blijkt echter dat 3 parameters per vak teveel gehengruimte in de computer zal vergen, dan dient overwogen te worden of de profielen  en  niet nog verder geschematiseerd kunnen worden zonder dat de fout te groot wordt. (zie ook Bijlage 5)