

bx

84463

3521

RESOLVED

DATE

BY

BX 4052-102X.

OPWAAIING IN MEREN MET WISSELENDE DIEPTE.

directie IJsselmeergebied
Bibliotheek
postbus 609
8200 AP Lelystad

I. Inleiding.

Als over het water in een kanaal of meer van eindige afmetingen een windstroom strijkt, zal het gevolg hiervan zijn, dat de waterspiegel niet horizontaal blijft, maar onder een zeker verhang gaat staan: aan de zijde van het kanaal of meer, waarheen de wind is gericht, ontstaat een verhooging boven het oorspronkelijk niveau, de z.g. opwaaïing; aan de andere zijde daarentegen treedt afwaaïing op. Indien de wind geruimen tijd constant blijft, ontstaat een stationnaire toestand, de zg. evenwichtsofwaaïing.

Op grond van theoretisch en empirisch onderzoek stelt men dit evenwichtsverhang i omgekeerd evenredig met de waterdiepte d , dus $i = \frac{w}{d}$, waarbij w een functie is van de windsnelheid. Bij dit onderzoek zal deze wet als vaststaand worden aangehouden.

In natuurlijke meren zal de diepte niet overal dezelfde zijn, maar op willekeurige wijze wisselen, zoodat toepassing van de omgekeerde evenredigheid tusschen verhang en diepte moeilijkheden kan meebrengen. Bij enkele eenvoudige gevallen van ongelijke diepteverdeeling is het mogelijk, mathematisch na te gaan, wat de invloed hiervan zal zijn op de opwaaïing.

Wanneer diepteverschillen alleen optreden in de windrichting, zoodat in iedere lijn loodrecht hierop overal dezelfde diepte aanwezig is, kan men volstaan met bovengenoemd eenvoudig verband, wanneer men voor elk traject,

br
84463 3521

BX 4052-12ex

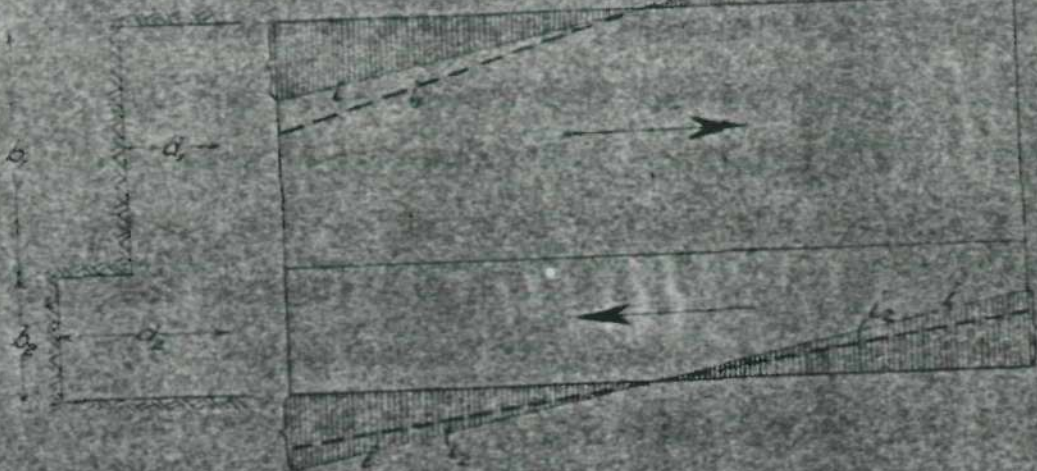
waarover de diepte als constant is te beschouwen met het bij die diepte behoorende verhang werkt. De waterspiegel - nadat de opwaaiing zich heeft ingesteld - zal dan niet recht meer zijn, maar bestaan uit een aantal stukken van verschillende helling.

Treden echter diepteverschillen op in een richting loodrecht op die van den wind, dan zal het water in deze richting stroomen van de plaatsen, waar zich een hogere stand zou instellen naar de plaatsen, waar een lagere stand zou optreden, zoodat de opwaaiing in een zeker punt niet meer overeen behoeft te komen met de daar aanwezige diepte.

II. Formule van de staatscommissie Lorentz.

In § 61 b van het verslag dezer commissie wordt de invloed nagegaan van diepteverschillen loodrecht op de windrichting voor het eenvoudige geval van twee naast elkander geplaatste en met elkaar in gemeenschap staande kanalen van willekeurige breedte en ongelijke diepte, waarover de wind strijkt volgens de lengteas. Aangenomen wordt, dat de dwarsstroomen zich praktisch zonder eenige wrijving kunnen ontwikkelen, zoodat geen verhang zal ontstaan loodrecht op de windrichting.

Zij de breedte dezer kanalen b_1 resp. b_2 en de diepte d_1 resp. d_2 (fig. 1). Stel, dat als elk daarvan op zichzelf bestond, de wind in het eerste een verhang $i_1 = \frac{W}{d_1}$ en in het tweede een verhang $i_2 = \frac{W}{d_2}$ zou teweegbrengen.



Zij $i_1 > i_2$. Hoe de vorm van den waterspiegel na opwaaiing ook zal zijn, zeker is het, dat, ten gevolge van den wrijvingsloozen dwarsstroom, de waterstanden in beide geulen geheel dezelfde moeten zijn. Een nadere beschouwing leert, dat hieraan alleen voldaan kan worden, wanneer na opwaaiing de waterspiegels in beide geulen recht zullen zijn. De stroom zal dus in lengterichting overal dezelfde zijn; men moet zich dus voorstellen, dat, volgens het gebruikte schema, de uitwisseling in dwarsrichting alleen aan de uiteinden plaats vindt. Zij de vorm van den waterspiegel in het geulenstelsel na de opwaaiing aangegeven door het verhang i , zoodanig, dat $i_1 > i > i_2$. Onder den invloed van den wind en het verhang i zal in het eerste kanaal een stroom met den wind mee bestaan; het voor dezen stroom werkzame verhang bedraagt daarbij $i_1 - i = \frac{W}{d_1} - i$. In het tweede kanaal daarentegen treedt een stroom op tegen de windrichting met een werkzaam verhang $i - i_2 = i - \frac{W}{d_2}$. Er

zal dus een rondstroomen van water in een horizontaal vlak plaats vinden. Ondersteld wordt, zooals ook door de commissie Lorentz is gedaan, dat het werksame verhang de stroomsterkte bepaalt en wel volgens de gebruikelijke formule van Chézy. De stationnaire toestand wordt bereikt als beide stroomen even sterk zijn, dus als:

$$Cb_1 d_1 \sqrt{d_1 \left(\frac{w}{d_1} - 1 \right)} = Cb_2 d_2 \sqrt{d_2 \left(1 - \frac{w}{d_2} \right)}.$$

Hieruit volgt:

$$1(d_2^3 b_2^2 + d_1^3 b_1^2) = C(b_1^2 d_1^2 + b_2^2 d_2^2).$$

Stelt d_m een fictieve diepte voor van een kanaal breed $b_1 + b_2$, waarin dezelfde opwaaiing zou optreden als in bovengenoemd kanaal, dan is dus:

$$d_m = \frac{b_1^2 d_1^3 + b_2^2 d_2^3}{b_1^2 d_1^2 + b_2^2 d_2^2} \quad (1).$$

Stelt men $\frac{b_2}{b_1} = \beta$ en $\frac{d_2}{d_1} = \sigma$ dan kan men (1)

ook als volgt schrijven:

$$d_m = d_1 \left(1 + \frac{(\sigma - 1)\beta^2 \sigma^2}{\beta^2 \sigma^2 + 1} \right) \quad (2)$$

of

$$d_m = d_2 \left(1 - \frac{\sigma - 1}{\beta^2 \sigma^2 + \sigma} \right) \quad (3).$$

Toepassing van deze formules op naast elkaar liggende geulen met ongelijke diepte zal in het algemeen tot het inzicht voeren, dat de opwaaiing zich in sterke mate zal richten naar de grootste diepte tenzij de breedte hiervan zeer gering is. Zoo is b.v. voor

d_1	d_2	b_1	b_2	d_m
1	2	1	1	1,80
1	2	2	1	1,50
1	2	1	2	1,94

Is $\beta = \frac{b_2}{b_1} = 1$, dan ligt de voor de opwaai-
ing maatgevende diepte boven de gemiddelde diepte;
de opwaaiing zal dus kleiner zijn dan met de gemid-
delde diepte zou overeenkomen.

De formule van de staatscommissie mag alleen
worden toegepast, wanneer aangenomen kan worden,
dat de stroomingen loodrecht op de windrichting
practisch geen verval eischen. Dit zal bij benadering
het geval zijn in een kanalenstelsel, waarvan de
breedte klein is t.o.v. de lengte. Het verval noodig
voor den dwarsstroom valt dan weg tegenover het ver-
val, noodig om het water in de lengterichting van het
kanaal te doen stroomen.

Is de breedte grooter, dan kunnen echter ande-
re verschijnselen optreden. In § 20 van het verslag
der staatscommissie wordt een proef beschreven,
waarbij de lengte der kanalen 200 cm en de gezamen-
lijke breedte der beide geulen 80 cm bedroeg.
($b_1 = \frac{2}{3} \times 80$ cm, $d_1 = 10$ cm, $b_2 = \frac{1}{3} \times 80$ cm, $d_2 = 30$ cm)
De opwaaiing aan de diepe zijde bleek veel kleiner
te zijn dan aan den ondiepen kant. Er is dus een merk-
baar dwarsverhang noodig om de uitwisseling van water
tusschen de beide gedeelten te veroorzaken.

Daar ook op het IJsselmeer de breedte, waarover de wind werkt, niet klein is t.a.v. de lengte van het gebied, is het gewenscht een nader inzicht te krijgen in de invloed van dwarsverhang op de voor de opwaaiing maatgevende diepte.

III. Een gesloten reeks van geulen.

Een eenvoudige uitbreiding van de formule der staatscommissie Lorentz wordt verkregen, wanneer men zich voorstelt, dat de uitwisseling van water tussen beide kanaalgedeelten plaats vindt door 2 aan de einden geplaatste geulen en rekening wordt gehouden met daarvoor benodigd verval. Eenvoudigheids halve zijn de afmetingen dezer geulen even groot gedacht; hun breedte bedraagt b_3 , hun diepte d_3 .

De opwaaiing in de twee volgens de windrichting gelegen geulen zal nu niet meer even groot zijn; is de stationnaire toestand weer bereikt, dan moge in de eerste geul de waterspiegel onder een helling i_1 en in de tweede geul de waterspiegel onder een helling i_2 staan (fig 2).



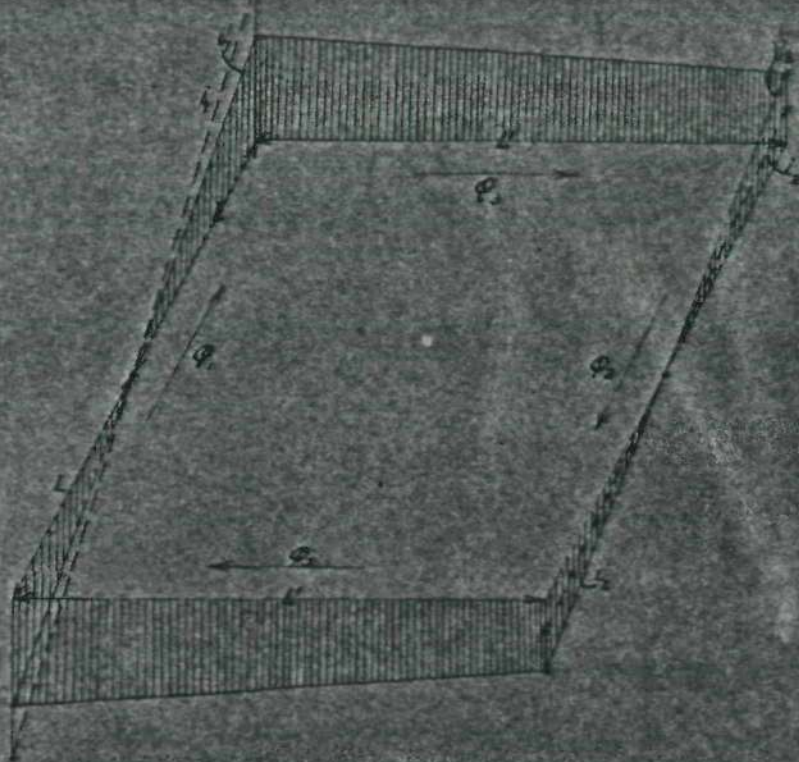


FIG. 2

Stelt Q de waterhoeveelheid voor, die per tijds-
 eenheid door een geul stroomt, dan kan op analoge wijze
 als in II worden afgeleid:

$$Q_1 = Cb_1 d_1 \sqrt{d_1 \left(\frac{V}{d_1} - 1_1' \right)}$$

$$Q_2 = Cb_2 d_2 \sqrt{d_2 \left(1_2' - \frac{V}{d_2} \right)}$$

$$Q_3 = Cb_3 d_3 \sqrt{d_3 \frac{(1_1' l - 1_2' l)}{l}}$$

In den stationnairen toestand zal $Q_1 = Q_2 = Q_3$;
 uit deze 2 vergelijkingen kunnen de onbekenden $1_1'$ en
 $1_2'$ worden opgelost.

Wanneer d_{1m} en d_{2m} de fictieve diepten voorstellen,
 die in afzonderlijke geulen dezelfde opwaaiing zouden
 geven als bovenbeschreven stelsel, dan volgt na eenige
 herleiding:

$$d_{1m} = \frac{2b_3^2 d_3^3 l (b_1^2 d_1^3 + b_2^2 d_2^3) + 2b_1^2 d_1^3 b_2^2 d_2^3 l'}{2b_3^2 d_3^3 l (b_1^2 d_1^2 + b_2^2 d_2^2) + 2b_1^2 d_1^2 b_2^2 d_2^3 l'} \quad (4)$$

en:

$$d_{2m} = \frac{2b_3^2 d_3^3 L (b_2^2 d_2^3 + b_1^2 d_1^3) + 2b_2^2 d_2^3 b_1^2 d_1^3 L'}{2b_3^2 d_3^3 L (b_2^2 d_2^2 + b_1^2 d_1^2) + 2b_2^2 d_2^2 b_1^2 d_1^3 L'} \quad (5).$$

Stelt men $L' = 0$, dan gaan de formules (4) en (5) over in (1) en heeft men het geval van dwarsstroming zonder verval. Men kan praktisch hiermee ook rekenen, wanneer de verhouding $\frac{L'}{L}$ zeer klein is, zooals hiervoor reeds is aangegeven.

Uit (4) en (5) blijkt: wanneer $d_2 > d_1$ dan geldt: $d_2 > d_{2m} > d_m > d_{1m} > d_1$. De opwaaiing aan de diepe zijde is dus grooter dan aan de ondiepe zijde, doch in mindere mate als bij het ontbreken der dwarsverbindingen. Slechts als b_3 of $d_3 = 0$ is, vindt men: $d_{1m} = d_1$ en $d_{2m} = d_2$; men heeft dan inderdaad 2 afzonderlijke geulen.

De formules (4) en (5) geven niet den toestand weer op meren met ongelijke diepte, waar over de geheele lengte een uitwisseling van water in dwarsrichting mogelijk is. Dit geval van dwarsstroming over de geheele lengte zal daarom afzonderlijk worden beschouwd.

IV. Rechtstreeksche uitwisseling in dwarsrichting.

Beschouwd worden twee naast elkaar geplaatste en met elkaar in gemeenschap staande kanalen, breed b_1 , resp. b_2 , diep d_1 , resp. d_2 , waarover de wind strijkt volgens de lengteas.

Neemt men het verval in aanmerking, benodigd voor de dwarsstroming, dan zullen de opwaaiingen boven het

diepe en boven het ondiepe gedeelte niet gelijk zijn; er zullen weer rondgaande stroomen optreden, zooals in figuur 3 is aangegeven.



FIG. 3

De opwaaiing, die zou optreden, wanneer beide geulen geheel gescheiden waren, worde weer voorgesteld door i_1 , resp. i_2 .

Beschouwt men eerst den stroom, die onder den invloed van den wind in de lengterichting voor het kanaalstelsel zal optreden, dan valt het op, dat deze stroom ten gevolge van het over de geheele lengte optredende dwarstransport niet constant kan zijn, maar zal variëeren van de waarde nul aan de uiteindes tot de maximumwaarde Q_0 in het midden. Hoe deze variatie zal

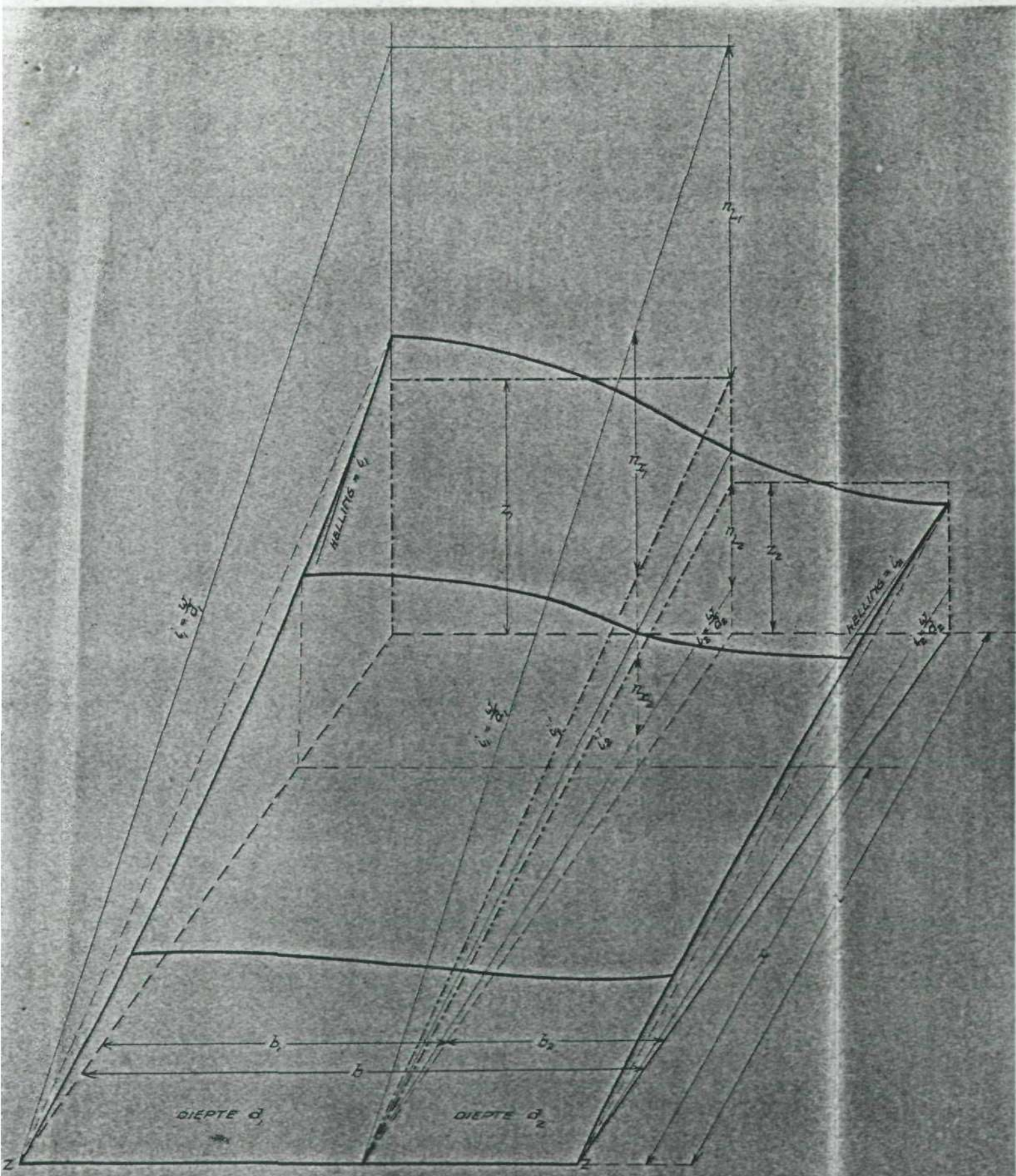


FIG 4

zijn, hangt af van de grootte van het dwarstransport in ieder punt. In ieder geval zal de vorm van den waterspiegel de in fig. 4 geteekende gedaante hebben: aan de uiteinden, waar de stroom nul is, is ook het werkzame verhang nul (de helling van den waterspiegel is daar $= i_1$, resp. i_2), terwijl in het midden het werkzame verhang maximum is.

Hoewel theoretisch de mogelijkheid bestaat, na te gaan, hoe de vorm der waterspiegels na opwaaiing in beide geulen zal moeten zijn, opdat de vermindering van den stroom in lengterichting overeenkome met het daartoe in dwarsrichting beschikbare verval, leidt dit spoedig tot zoo onhandelbare vormen, dat hiervan moet worden afgezien.

In plaats daarvan wordt een benaderingsmethode toegepast, waarbij wordt afgezien van het juiste verloop der stroomingen over de lengterichting der geulen, doch waarbij op grond van plausibele onderstellingen een verband wordt gelegd tusschen den totalen dwarsstroom en den maximalen stroom in lengterichting Q_0 .

Uitgegaan wordt daarbij van de gemiddelde op- en afwaaiing aan de uiteinden der beide geulen, die voor de ondiepe geul door z_1 , voor de diepe geul door z_2 wordt aangeduid. De respectivische schets van fig 4 in den vorm van den waterspiegel voor de helft van

het geulenstelsel voorgesteld en de gemiddelde opwaaiingen z_1 en z_2 , die het doel der berekening zijn. Het gemiddelde verhang in de geulen bedraagt dan resp.

$$i_1' = \frac{z_1}{L} \text{ en } i_2' = \frac{z_2}{L}.$$

In de eerste plaats wordt nu een betrekking gezocht tusschen den maximalen stroom Q_0 in het midden van elke geul en de betreffende grootheid i' . Deze hangt af van de wijze, waarop Q van het midden naar de uiteinden afneemt. Als voorbeeld zijn drie gevallen nader beschouwd:

1. Q over de geheele lengte constant en gelijk aan Q_0 . Het werkzame verhang moet dan ook over de geheele lengte hetzelfde zijn en dus gelijk aan $\frac{w}{d_1} - i_1'$ voor de ondiepe geul. Men heeft dan $Q_{01} = C b_1 d_1 \sqrt{d_1 \left(\frac{w}{d_1} - i_1' \right)}$

2. Q neemt lineair toe van 0 aan de uiteinden tot Q_0 in het midden dus volgens $Q = Q_0 \frac{L-x}{L}$.

Indien het werkzame verhang, behoorende bij Q_0 door i_0 wordt aangeduid, zal deze grootheid in een ander punt bedragen:

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dx} &= \left(\frac{Q}{Q_0} \right)^2 i_0 \\ &= \left(\frac{L-x}{L} \right)^2 i_0, \end{aligned}$$

waarin dus n voorstelt het werkzame verval tusschen de lijn zz en een punt x , zoodat $nL = \int_0^L \frac{L^2 + x^2 - 2Lx}{L^2}$

$$\times i_0 dx$$

$$= 1/3 i_0 L.$$

Daar het aanwezig werkzame verval $= (i_1 - i_1')L$,
 is dus $n_Z = (i_1 - i_1')L = 1/3 i_0 L$,
 zoodat $i_0 = 3(i_1 - i_1')$.

In dit geval is dus:

$$Q_{01} = C b_1 d_1 \sqrt{3 d_1 \left(\frac{W}{d_1} - i_1' \right)}$$

3. Q neemt parabolisch toe van 0 aan de uiteinden tot Q_0 in het midden dus volgens:

$$Q = Q_0 \frac{L^2 - x^2}{L^2}.$$

Het werkzame verhang in een zeker punt zal dus zijn:

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dx} &= \left(\frac{Q}{Q_0} \right)^2 i_0 \\ &= \left(\frac{L^2 - x^2}{L^2} \right)^2 i_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{zoodat } n_Z &= \int_0^L \frac{L^4 + x^4 - 2L^2 x^2}{L^4} i_0 dx \\ &= 8/15 i_0 L. \end{aligned}$$

Daar het aanwezige verval $= (i_1 - i_1')L$ is dus

$$n_Z = (i_1 - i_1')L = 8/15 i_0 L,$$

zoodat $i_0 = 15/8(i_1 - i_1')$.

In dit geval is dus:

$$Q_{01} = C b_1 d_1 \sqrt{15/8 d_1 \left(\frac{W}{d_1} - i_1' \right)}.$$

Afhankelijk van de wijze, waarop Q over de lengte varieert, kan men dus schrijven:

$$Q_{01} = C b_1 d_1 \sqrt{\alpha d_1 \left(\frac{W}{d_1} - i_1' \right)}.$$

Op gelijke wijze kan men afleiden:

$$Q_{02} = Cb_2 d_2 \sqrt{\alpha d_2 \left(i_2' - \frac{W}{d_2} \right)}$$

Wanneer de Q in lengterichting inderdaad van het midden uit parabolisch zou afnemen, zou daaruit volgen, dat de dwarsstroom lineair zou afnemen en dus het dwarsverhang ook parabolisch zou verlopen. Inderdaad vertoonden de in de figuur geteekende lijnen deze neiging. De onder 3. aangenomen verdeling zal de werkelijke toestand dus zeer nabij komen. Neemt de α globaal gelijk aan twee, dan krijgt men dus voor de langsstromen in het midden van het bekken:

$$Q_{01} = Cb_1 d_1 \sqrt{2d_1 \left(\frac{W}{d_1} - i_1' \right)}$$

$$Q_{02} = Cb_2 d_2 \sqrt{2d_2 \left(i_2' - \frac{W}{d_2} \right)}$$

Als tweede stap dient een betrekking te worden gezocht tusschen den dwarsstroom op een bepaalde plaats en het waterstandsverschil tusschen de beide geulen. Ook van dezen dwarsstroom geldt, dat deze niet over de geheele breedte dezelfde zal zijn: aan de zijkanten is zij nul, terwijl de maximum waarde optreedt op de scheidingslijn tusschen beide geulen.

De werkelijke vorm van den waterspiegel in dwarsrichting zal dus op een willekeurige plaats x overeenkomen met de in onderstaande figuur geteekende lijn a . Het knikpunt op de grens van beide geulen vindt zijn oorzaak in de diepteverandering van d_1 tot d_2 .

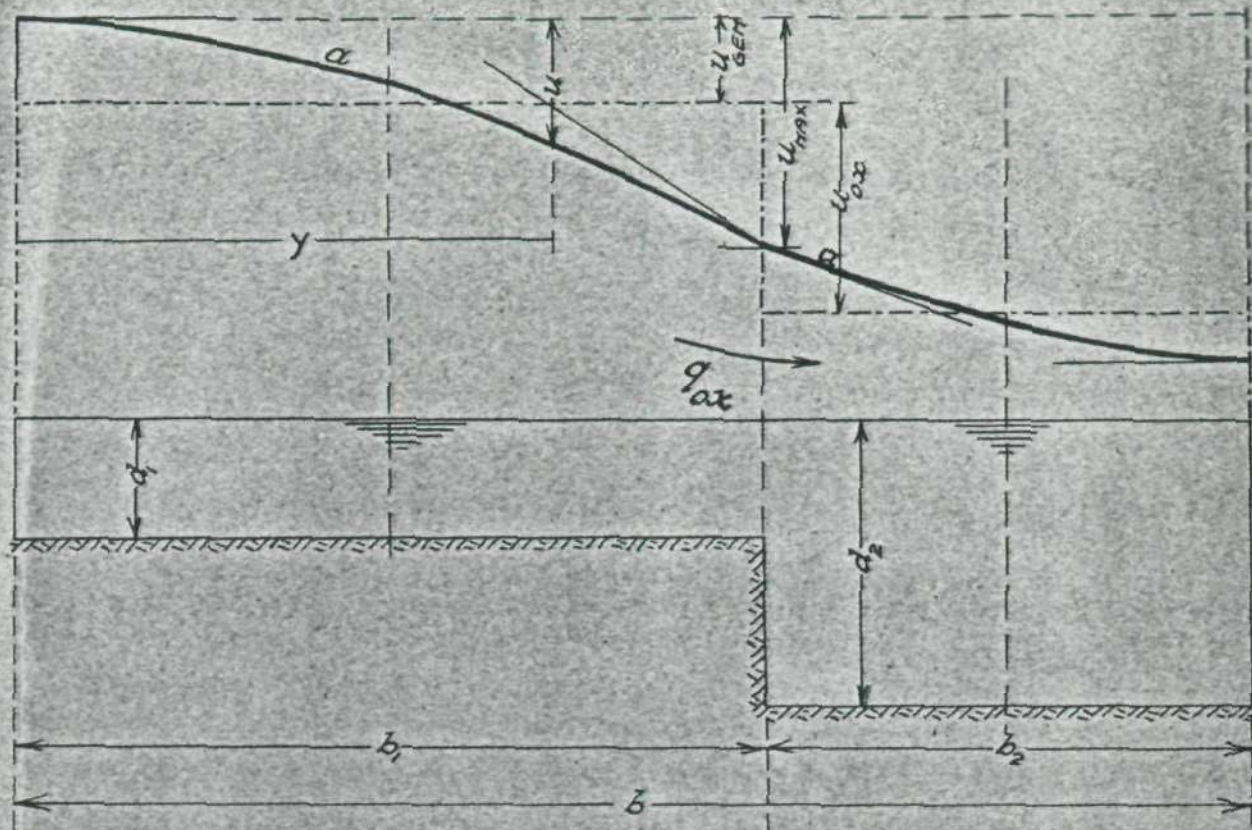


FIG 5.

Hoe de stroom naar het midden zal toenemen is moeilijk exact te berekenen; een lineaire toename van de waarde 0 aan de rand tot de maximum waarde q_{0x} in het midden is althans in overeenstemming met den vorm a van den waterspiegel.

Stelt men derhalve voor de ondiepe geul

$$q_x = q_{0x} \frac{y}{b_1}$$

dan is in een punt het dwarsverhang:

$$\frac{du}{dy} = \frac{q_{0x} y^2}{b_1^2 \sigma^2 d^3}$$

en dus

$$u = \frac{1/3 q_{0x} y^3}{b_1^2 \sigma^2 d^3} .$$

De op de scheidingslijn tusschen de twee geulen optredende u_{\max} is dus:

$$u_{\max} = \frac{1/3 q_{0x}^2 b}{c^2 d^3}.$$

Deze u_{\max} is op zichzelf niet van belang; om een aansluiting te krijgen aan de berekening van den langsstroom moet u_{gem} worden bepaald.

$$u_{\text{gem}} = \frac{1}{b_1} \int_0^{b_1} \frac{1/3 q_{0x}^2 x^3 dx}{b_1^2 c^2 d_1^3} =$$

$$= \frac{q_{0x}^2 b_1}{12 c^2 d_1^3}. \quad \text{Men heeft nu:}$$

$$u_{\max} - u_{\text{gem}} = \frac{q_{0x}^2 b_1}{4 c^2 d_1^3}.$$

Daar voor de diepe geul dezelfde afleiding geldt, is dus:

$$u_{0x} = \frac{q_{0x}^2 b_1}{4 c^2 d_1^3} + \frac{q_{0x}^2 b_2}{4 c^2 d_2^3}.$$

In de derde plaats zal nu uit de gevonden betrekking voor q_0 door een integratie de totale dwarsstroom Q_{03} moeten worden bepaald. Deze integratie hangt af van het verloop van u_{0x} in lengterichting en dus van het verloop der gemiddelde waterspiegels in de beide geulen, doch is in gesloten vorm slechts uitvoerbaar, indien beide waterspiegels recht zijn. In dat geval geldt in ieder punt: $u_{0x} = i_1' x - i_2' x$.

Men heeft dan:

$$i_1' - i_2' x = \frac{q_{0x}^2 b_1}{4 c^2 d_1^3} + \frac{q_{0x}^2 b_2}{4 c^2 d_1^3}$$

$$\text{of: } q_{0x} = c \sqrt{\frac{4d_1^3 d_2^3}{b_1 d_2^3 + b_2 d_1^3}} \sqrt{i_1' - i_2'} \sqrt{x}$$

Sommatie van 0 tot 1 levert:

$$Q_{03} = c \sqrt{\frac{4d_1^3 d_2^3}{b_1 d_2^3 + b_2 d_1^3}} \sqrt{i_1' - i_2'} \int_0^L \sqrt{x} dx$$

$$= \frac{4}{3} c L^{3/2} \sqrt{\frac{d_1^3 d_2^3}{b_1 d_2^3 + b_2 d_1^3}} \sqrt{i_1' - i_2'}$$

Beschouwt men in de figuur 5 de lijnen van het langsverhang in beide geulen, wier onderlinge stand de Q_{03} bepaalt, dan blijkt, dat deze stroom in werkelijkheid kleiner zal zijn dan wanneer de waterspiegels in beide geulen na opwaaiing recht zouden zijn onder hellingen i_1' en i_2' , zoodat de in werkelijkheid optredende Q_{03} kleiner is dan de hierboven berekende waarde.

Men kan dus de in werkelijkheid optredende Q_{03} schrijven als:

$$Q_{03} = \beta c L^{3/2} \sqrt{\frac{d_1^3 d_2^3}{b_1 d_2^3 + b_2 d_1^3}} \sqrt{i_1' - i_2'}$$

waarin β globaal = 1 gesteld kan worden. Uit proefrekeningen is gebleken, dat veranderingen in dezen coëfficiënt slechts geringen invloed op de uitkomsten hebben.

Als laatste stap dient te worden bedacht, dat in den stationnairen toestand zal gelden: $Q_{01} = Q_{02} = Q_{03}$. Uit deze 2 vergelijkingen kunnen i_1' en i_2' worden opgelost.

Stellen d_{1m} en d_{2m} fictieve diepten voor, die in afzonderlijke geulen dezelfde opwaaiing zouden veroorzaken de geulen d_1 en d_2 in het stelsel, dan vindt men na eenige herleiding:

$$d_{m_1} = \frac{2b_1^2 d_1^3 b_2^2 d_2^3 + \frac{d_1^3 d_2^3 L^3}{b_1 d_2^3 + b_2 d_1^3} (b_1^2 d_1^3 + b_2^2 d_2^3)}{2b_1^2 d_1^2 b_2^2 d_2^3 + \frac{d_1^3 d_2^3 L^3}{b_1 d_2^3 + b_2 d_1^3} (b_1^2 d_1^2 + b_2^2 d_2^2)} \quad (8)$$

en:

$$d_{m_2} = \frac{2b_1^2 d_1^3 b_2^2 d_2^3 + \frac{d_1^3 d_2^3 L^3}{b_1 d_2^3 + b_2 d_1^3} (b_1^2 d_1^3 + b_2^2 d_2^3)}{2b_1^2 d_1^3 b_2^2 d_2^2 + \frac{d_1^3 d_2^3 L^3}{b_1 d_2^3 + b_2 d_1^3} (b_1^2 d_1^2 + b_2^2 d_2^2)} \quad (9)$$

Voor $L = \infty$ (dus wanneer de breedteafmetingen van het geulenstelsel zeer klein zijn t.o.v. de lengte) gaan de formules (8) en (9) weer over in (1).

Stelt men: $\frac{b_2}{b_1} = \beta$

$$\frac{d_2}{d_1} = \gamma$$

$$\frac{2L}{b} = \lambda$$

dan zijn de gevonden formules in een handiger vorm te brengen; er komt dan:

$$d_{m_1} = d_1 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\frac{16(\beta + \gamma^3)}{\lambda^3(1 + \beta)^3 \beta \gamma^2} + 1 + \frac{1}{\beta^2 \gamma^2}} \right) \quad (10)$$

$$d_{m_2} = d_2 \left(1 - \frac{\gamma - 1}{\frac{16\beta(\beta + \gamma^3)}{\lambda^3(1 + \beta)^3} + \beta^2 \gamma^3 + \gamma} \right) \quad (11)$$

Stelt men in (10):

$\lambda = \infty$ (d.w.z. breedte \ll lengte) dan wordt $d_{m_1} =$ formule (2)

- $\lambda = 0$ (d.w.z. lengte \ll breedte) dan wordt $d_{m_1} = d_1$
 $\beta = 0$ (d.w.z. $b_2 = 0$) dan wordt $d_{m_1} = d_1$
 $\beta = \infty$ (d.w.z. $b_1 = 0$) dan wordt $d_{m_1} = d_2$.
- Evenzoo gaat (11) over in de grenswaarden.

Er staan geen voldoende proefmetingen ter beschikking om de waarde dezer formules ook praktisch te kunnen toetsen. Bij de proef, beschreven in § 20 van het verslag der staatscommissie Lorentz, waarbij met geulen van ongelijke diepte werd geëxperimenteerd, kon het dwarsverhang niet met zekerheid worden vastgesteld. Wel kan worden gezegd, dat de met formules (10) en (11) voor dat geval berekende opwaaiing t.o.v. de met de formule der staatscommissie (formule (1)) berekende opwaaiing in denzelfden zin afwijkt als bij de proef kon worden geconstateerd: aan de ondiepe zijde is de opwaaiing aanzienlijk groter dan met (1) zou volgen, terwijl aan de diepe zijde de opwaaiing ligt tusschen de met (1) berekende waarde en de opwaaiing, die men zou krijgen, wanneer het volle profiel de groote diepte zou hebben.

In onderstaande tabel zijn dezelfde voorbeelden al onder II berekend met de formules (10) en (11); de berekende waarden komen des te beter overeen met de volgens de formule der staatscommissie berekende waarden naarmate $\lambda = \frac{2L}{b}$ groter is.

	d_1	d_2	b_1	b_2	d_{m1}	d_{m2}	$d_{form(1)}$
$\lambda = 1$	1	2	1	1	1,17	1,92	1,80
	1	2	2	1	1,05	1,92	1,50
	1	2	1	2	1,55	1,96	1,94
$\lambda = 2$	1	2	1	1	1,55	1,82	1,80
	1	2	2	1	1,22	1,70	1,50
	1	2	1	2	1,86	1,94	1,94

Ook het stelsel van drie naast elkaar gelegen kanalen, waarvan het middelste het diepste is, kan op dezelfde wijze als boven berekend worden, mits men zich nog eenige vereenvoudigingen veroorlooft. De formules worden dan echter spoedig onhandelbaar. Een voldoende nauwkeurige benadering zal in de meeste gevallen worden verkregen, wanneer men zich in het middelste kanaal een schot geplaatst denkt, dat het stelsel van drie naast elkaar gelegen kanalen verdeelt in 2 systemen van 2 geulen. De plaats van het schot moet zoodanig zijn, dat in de twee helften van de middelste diepste geul dezelfde opwaaiing zou optreden.

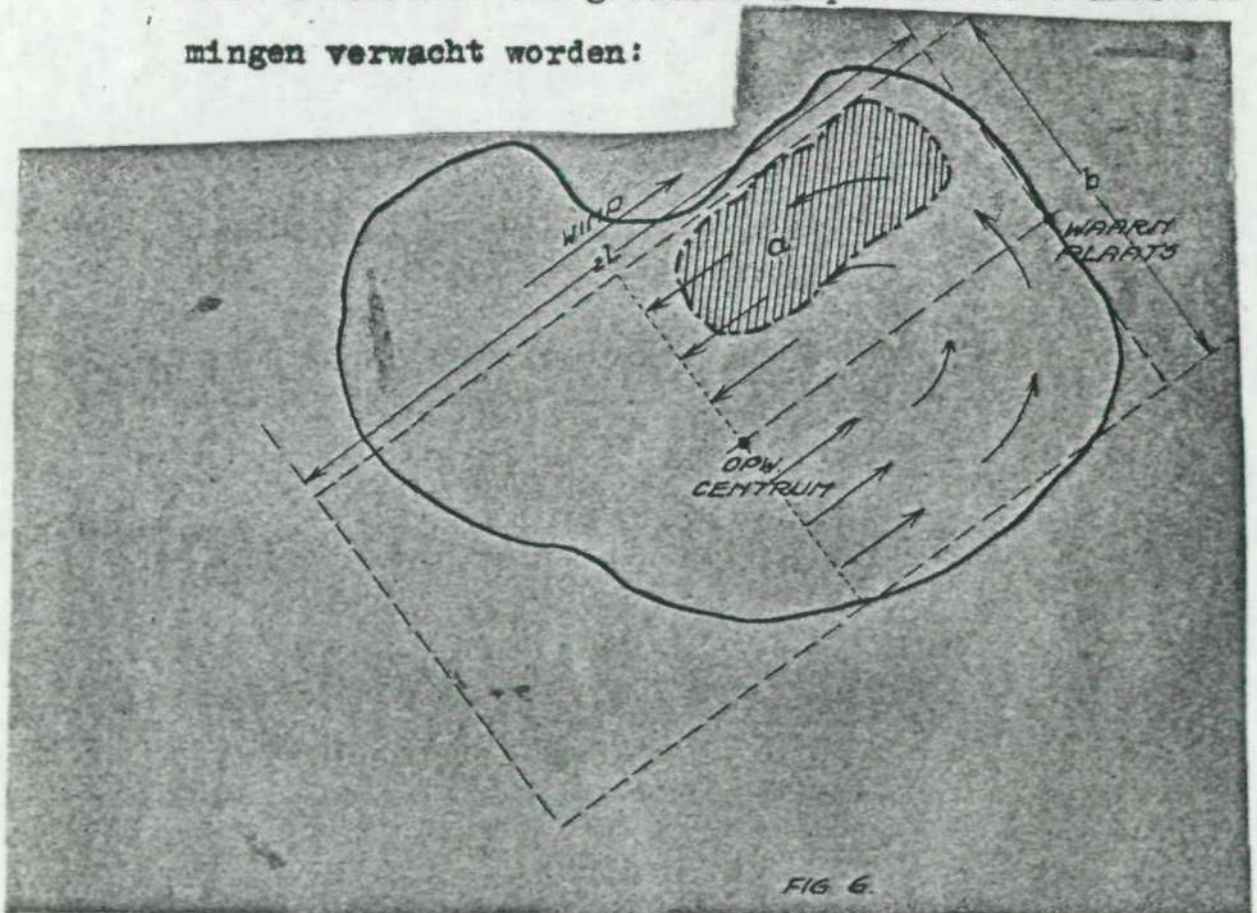
V. Toepassing der formules op natuurlijke meren.

Reeds is erop gewezen, dat in meren met een volkomen willekeurige verdeling van de bodemdiepten, de opwaaiing niet exact kan worden berekend. De aanwezige toestand moet eerst op het gevoel zoo goed mogelijk worden gestyleerd tot een geval, dat voor berekening

vatbaar is.

In vele meren is de verandering van de diepte van punt tot punt slechts gering en treedt een belangrijke verandering eerst vlak bij de kusten op. In zulke gevallen kan men voldoende nauwkeurig met een gemiddelde diepte in strooken, loodrecht op de windrichting, werken.

Wanneer echter bovendien, zooals in fig. 6 een gebied a voorkomt van groetere diepte kunnen dwarsstroomingen verwacht worden:



Door eenige schematisatie is dit geval te berekenen met de formules (8) en (9). Daarbij moeten voor $2L$ en b de in de figuur geteekende waarden worden aangehouden. Zijn eenmaal d_{m_1} en d_{m_2} en daarmee de gemiddelde opwaaiingen boven het ondiepe en boven het diepe gebied bekend, dan kan men met behulp van het onder

hoofdstuk IV aangenomen schema van het dwarsverhang de opwaaiing in het waarnemingsstation berekenen. Daarbij kan globaal worden aangenomen, dat de gemiddelde opwaaiing zal optreden in het midden van iedere geul. Juist door het optreden van dwarsverhang is de ligging van een waarnemingsstation t.e.v. de beide geulen van grootten invloed op de opwaaiing, die men daar kan verwachten.

Een duidelijk voorbeeld van bovenstaande vindt men in het IJsselmeer ten aanzien van de opwaaiing te Lemmer, waar men ten N.W. van de lijn opwaaiingscentrum - Lemmer het diepe gebied tusschen Enkhuizen en Stavoren aantreft, en ten Z.O. hiervan het ondiepe gebied tusschen Urk en Overijssel. Voor het berekenen van de opwaaiing te Lemmer zullen dus de in deze nota afgeleide formules nuttig kunnen zijn.

Juni 1941.

Opgemaakt op den Waterloopkundigen
Dienst der Zuiderzeewerken.

(w.g.) A.Volker.