Bereikte theoretische resultaten

Ir. K. van Til

(juni 1946)

Ministerie van Verkeer en Waterstaat
Directoraat-Generaal Rijkswaterstaat
Directie Oost-Nederland

Postbus 9070
6800 ED Arnhem
Tel. 026 - 3688355

RIJKSWATERSTAAT
DIRECTIE BOVENRIVIEREN
AFD. STUDIEDIENST.

S 003 R 2.0

Bereikte theoretische resultaten.

1. Overzicht.

In deze nota wordt een kort overzicht gegeven van de door den Studiedienst bereikte theoretische resultaten.
Eenerzijds hangen deze nauw samen met de taak die is te vervullen anderzijds met de beschikbare instrumenten.
Het is gelukt, zij het na eenige benaderingen van ondergeschikt belang, zoowel voor de Waterbeweging als voor de zandbeweging geschikte berekeningsmethoden te ontwikkelen.
Ten aanzien van de berekening van de waterbeweging kan worden gezegd, dat de eenige beteekenende onzekerheid wordt gevormd door de in de afvoerformules aanwezige constanten.
De onzekerheid in de berekening van de zandbeweging is grooter, hetgeen mede samenhangt met de grootere gecompliceerdheid van het probleem en de onnauwkeurigheid der metingen.

2. Taak.

Vroeger werd de taak van den Studiedienst der directie Bovenrivieren door ir.L.van Bendegom als volgt omschreven:
"1e. Het bestudeeren van verschijnselen, die het gedrag van rivieren beheerschen en het verzamelen van gegevens betreffende de in de directie Bovenrivieren gelegen rivieren.
2e. Het geven van advies en het verschaffen van inlichtingen inzake riviertechnische aangelegenheden.
3e. De voorbereiding voor de uitvoering van rivierwerken".
Volgens schrijven van 26 Februari 1943 werd door den Directeur-Generaal een ontwerpwerkverdeeling goedgekeurd, waardoor de afbakening tusschen de werkzaamheden van den Algemeene Dienst aan den eenen en die van den Studiedienst aan den anderen kant werd vastgelegd.
In het kort komt deze werkverdeeling hierop neer, dat door den Algemeene Dienst de werkzaamheden van registreerende en statistischen aard worden verricht, terwijl de Studiedienst zich beweegt op rivier-technische en- theoretisch gebied.
Hierdoor wordt alleen het tweede gedeelte van punt 1 van de gegeven taakomschrijving beperkt.

3. Meetapparatuur.

Voor September 1944 had de Studiedienst de beschikking over een min of meer uitgebreide meetapparatuur. Hoewel deze verzameling toereikend was, was verbetering en uitbreiding gewenscht.
In September 1944 is het overgroote deel der verzameling verloren gegaan.

-Thans-

Thans wordt gepoogd moderne instrumenten te verkrijgen, waarmee op een snelle wijze nauwkeurig kan worden gemeten en die in Nederland kunnen worden gemaakt.
Daartoe worden in het Delfsche laboratorium snelheidsmeters ontwikkeld, die enerzijds de nadeelen van de molentjes van Ott niet bezitten (o.a. bewegende deelen) en anderzijds geen drukoverbrengingen hebben, zooals bij de tot nu toe gebruikelijke Pitot-buizen het geval is.
Het streven is de voor deze instrumenten ontworpen wijze van drukoverbrenging toe te passen bij een te maken verhangmeter.
Tevens is men doende de voormalige Zwevend Zand Zuiger zoodanig te combineren met een snelheidsmeter in één meetapparaat, dat ook op zeer korten afstand van den bodem snelle en juiste waarnemingen kunnen worden verricht. Daardoor zou de zwevend-transportmeter Canter Cremers kunnen worden afgeschaft.
Het is nog niet goed gelukt een instrument te bedenken dat den Bodem Transport Meter zou kunnen vervangen. Hoewel dit instrument, voorzoover bekend, tot op heden het beste is wat op dit gebied is gemaakt, heeft het de principieele fout dat hiermede het bodemtransport moet worden gemeten op een wijze die dit transport nogal stoort, terwijl men bovendien te afhankelijk is van een min of meer gelukkige plaatsing van het apparaat op den bodem.
De in ontwerp zijnde Zwevende Transport Meter kan tevens worden gebruikt als Slib Transport Meter.
Bovendien zal worden geprobeerd om een slibgehalte-meter te construeeren, waarmede het gehalte van het rivierwater aan zwevende stoffen direct langs electrische weg door middel van een fotoelectrische cel kan worden gemeten. Een poging in deze richting is mislukt. Dit kan het gevolg zijn geweest van de gebrekkige proef-installatie waarmede moest worden geexperimenteerd.

4. Waterbeweging.
Ten aanzien van de berekening van de waterbeweging in een riviervak schrijft ir. L.van Bendegom in § 3 van de nota betreffende de rivierverbetering van het Pannerdensch kanaal het volgende:

Bij het berekenen van verhanglijnen kunnen twee methoden worden gevolgd. Volgens de eerste methoden wordt de geheele rivier als één stroombaan beschouwd. Op bepaalde afstanden van elkaar worden dwarsprofielen genomen en de capaciteit er van bepaald met één van de gebruikelijke afvoerformules. Deze methode geeft goede resultaten, indien het rivierbed regelmatig is. Bij een onregelmatig rivierbed, zoals dit b.v. het geval is, indien sterke krommingen optreden en dwarskaden in het winterbed aanwezig zijn, geeft deze wijze van doen slechts zeer globale uitkomsten. In dat geval bereikt men betere resultaten door de stroom te beschouwen als te bestaan uit een samenstelling van meerdere enkelvoudige stroombanen, deze te bepalen en door te rekenen. Hoe ingewikkelder en onregelmatiger het stroombed des te grooter is het aantal enkelvoudige stroombanen, dat men moet

-aannemen-

aannemen. Door den Studiedienst is een schema opgezet, waardoor het mogelijk is om een, dergelijke berekening snel te verrichten. De berekening is naar anologie van een electrische weerstandsberekening.
Van alke stroombaan wordt eerst de weerstand berekend, daarna wordt het geheele net doorgerekend. Gegeven is hiervoor de totale afvoer of het totale verval. Een moeilijkheid treedt op,indien de stroombanen niet door de situatie zijn bepaald, indien dus H.W. vrije geleidingen ontbreken.In dat geval moeten de stroombanen eerst voorlopig worden geschetst en doorgerekend.Een contrôle voor de juistheid van de aanname der stroombanen is nu, dat de waterspiegelhoogten in elk punt van de stroombanen in overeenstemming moet zijn met de waterspiegelhoogten der aangrenzende stroombanen, m.a.w. dat het dwarsverhang in overeenstemming is met de stroomsnelheid en kromming der stroombanen.Blijkt er geen overeenstemming te zijn, dan dient het geschetste net te worden gewijzigd, doorgerekend en opnieuw gecontroleerd.Met eenige routine is een dergelijke wijze van berekenen op vrij snelle wijze te verrichten. De weerstand van een stroombaan is te splitsen in een weerstand ten gevolge van normale wrijving bij eenparige doorstrooming en een tengevolge van abnormale wrijving bij vertraging.Voor den eersten weerstand kan b.v. de formule van Chézy of die van Strickler worden gebezigd.

Chézy: $Q = F c \sqrt{R J}$.
Strickler: $Q = F \frac{K}{\varepsilon^{1/6}} R^{2/3} J^{1/2}$

Hierin is:
- Q = totale afvoer in m^3/sec.
- F = natte profiel m2
- ε = maat voor oneffenheid van een bodem in m.
- R = Hydraulische straal in m.
- I = verhang
- C en K zijn ruwheids-coëfficiënten in m2/sec.

Naar de ervaring van een Studiedienst geeft Strickler de beste uitkomsten, indien we te doen hebben met een vasten bodem, waar ε dus een vaste waarde heeft.Bij rivieren met beweeglijken bodem bleek tot nu toe de formule van Chézy de beste resultaten te geven. Vermoedelijk ligt de oorzaak in het feit,dat bij rivieren de zandribbels grooter zijn bij hoogwater dan bij laagwater en dus ε ongeveer evenredig met R moet toenemen. Bij de voor dit onderzoek verrichten berekeningen is de formule van Chézy aangehouden.De coëfficient C werd allereerst door eenige contrôleberekeningen van bekende toestanden bepaald.Ook hier bleek weer dat deze coëfficient voor het zomerbed omstreeks 48 m/sec. bedraagt. Voor het winterbed was de bepaling moeilijker aangezien het aantal gegevens ervoor gering was.Uit metingen en berekeningen bleek wel, dat bij een glad winterbed -en-

en regelmatigen afvoer de coëfficiënt omstreeks 55 m/sec. bedraagt, indien de waterdiepte tenminste eenige meters bedraagt. Bij een onregelmatig winterbed worden echter steeds vertragingsverliezen in deze coëfficiënt verdisconteerd, zoodat de coëfficiënt dus wel kan dalen tot 40 m/sec. Hoe nauwkeuriger dus alle vertragingsverliezen in rekening worden gebracht, met andere woorden hoe kleiner de vaklengtenworden genomen, hoe hoger C genomen moet worden.

De vertragingsverliezen kunnen worden geschreven in den vorm:

$$\varphi\left(\frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g}\right).$$

waarin $\frac{V_1^2}{2g}$ de snelheidshoogte aan het benedenstroomsche eind van het betreffende vak en $\frac{V_2^2}{2g}$ die aan het bovenstroomsche eind van dat vak voorstelt.

De terugwinst van den waterspiegel in snelheidshoogte bij vertraging bedraagt dus:

$$(1-\varphi)\left(\frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g}\right) = \alpha\left(\frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g}\right) = \alpha Q^2\left(\frac{1}{2g F_1^2} - \frac{1}{2g F_2^2}\right).$$

Het normale energieverlies bedraagt

$$h_1 = \frac{Q^2}{B^2H^3C^2} \cdot l \text{ als } \frac{h_1}{l} = J.$$

en de hydraulische straal gelijk aan de gemiddelde diepte wordt genomen. Het totale verval in een vak met lengte 1 bedraagt dus:

$$h = Q^2\left\{\frac{l}{B^2H^3C^2} + \alpha\left(\frac{1}{2gB_1^2H_1^2} - \frac{1}{2gB_2^2H_2^2}\right)\right\}$$

$$\text{of } h = Q^2 W.$$

De formule is algemeen geldig, er dient echter op gelet te worden, dat steeds van beneden naar boven wordt gerekend;

B_1 H_1 zijn dus breedte en diepte aan het benedenstroomsche einde van het vak. Slechts de waarden van C en α moeten worden geschat. Over de waarde C werd reeds iets medegedeeld.

De coëfficiënt α is afhankelijk van de vertraging of versnelling. Bij versnelling is voor een waarde van 1,1 á 1,3 te nemen - 1,1 bij gelijkmatige snelheidsverdeeling, 1,3 bij zeer ongelijkmatigesnelheidsverdeeling-, bij vertraging varieert de waarde van 0,1 tot 0,9.

Aangehouden is globaal:

zeer sterke vertraging (botsing) 0,1

-sterke-

sterke vertraging(slecht afgewerkte overlaat	0,3
vertraging (normale overlaat)	0,5
geleidelijke vertraging (goed afgewerkte overlaat of sterke opstuwing)	0,7
zeer geleidelijke vertraging (zomerbed)	0,9

Met behulp van nomogrammen is met de formule $h = \varphi^2 W$ een vlot doorrekenen van het heele weerstandsnet mogelijk.

Het dwarsverhang bedraagt:

$$J_d = \frac{\varphi^2}{B^2 H^2 g r}$$, waarin r = de straal van de stroombaan.

Deze functie is weer in een nomogram uit te zetten.

Door den Studiedienst werd deze formule langs theoretischen weg afgeleid. Het dwarsverhang blijkt dan iets grooter te zijn dan boven genoemde tot op heden steeds algemeen aangehouden formule.

Hiervan wordt een deel veroorzaakt door het feit, dat de centrifugaalkracht afhankelijk is van de middelbare, en niet van de gemiddelde snelheid, het overige deel wordt veroorzaakt door de spiraalstrooming.

De totale weerstandsberekening van een stroombaan wordt onmogelijk, indien zich in de stroombaan een volkomen overlaat bevindt. De afvoer hiervan dient dan eerst te worden geschat en later gecontroleerd. Voor den afvoer van een volkomen overlaat met breede kruin is te nemen:

$$q(\text{in m3/sec. per ml breedte}) = \varphi\, 1{,}7\, H^{3/2}$$

waarin H de energiehoogte van het water boven de kruin en φ een afvoercoëfficiënt voorstelt. Indien geen contractie plaats heeft en H de energiehoogte ter plaatse van den maximum afvoer voorstelt, mag $\varphi = 1$ worden gesteld, indien bovendien eventueele scheve aanstrooming in rekening wordt gebracht. Deze aanstroomingshoek is te berekenen onder aanname van een oneindig lange kade. Uit een differentiaalvergelijking volgt:

$$\frac{\sin \varphi_{\text{kade}}}{\sin \varphi_{\text{maaiveld}}} = \frac{\text{waterdiepte boven kade}}{\text{waterd. boven maaiveld}}$$

als de hoek voorstelt tusschen de richting van het stroomende water en de loodlijn op de richting van de kade. Deze formule geldt zowel voor volkomen als onvolkomen overlaten.

Bovengenoemde formule voor volkomen overlaten dient aangevuld te worden als de kruin niet volkomen vlak doch iets gebogen is. Is de straal ervan r, dan wordt de formule benaderd:

$$q = 1{,}7\, H^{3/2} \left(1 + \tfrac{2}{3} \tfrac{H}{r}\right)$$

Dit geldt slechts zoolang r belangrijk groote is dan H.

-In-

In enkele gevallen was het gewenscht om over een eenvoudige stuwkromme formule te kunnen beschikken.

Daarom werd dezerzijds een stuwkrommeformule afgeleid, die geldigheid heeft, indien de opstuwingen of afzuigingen ten opzichte van de waterdiepte niet te groot zijn (maximum 5 à 10 %).

Deze formule luidt:

$$y = y_0 e^{-3\frac{h}{H}}$$

waarin :

IJ = opstuwing aan het begin
IJ^0 = opstuwing x m stroomopwaarts
h^x = verval waterspiegel tusschen begin en het punt x m stroomopwaarts.
H = maatgevende waterdiepte.

Het moeilijke punt is de bepaling van de maatgevende waterdiepte. Indien we hiervoor nemen de diepte, die een geschematiseerde rivier met een bakprofiel en met eenzelfde breedte, verhang en ruwheid als de beschouwde rivier zou moeten hebben om eenzelfden afvoer te hebben als de beschouwde rivier, dan zullen wij niet ver van de waarheid af zijn.

Binnen afzienbare tijd zal van de hand van ir.L.van Bendegom een publicatie verschijnen waaruit zal blijken dat de Studiedienst erin is geslaagd een benaderende oplossing te vinden voor de diverse theoretische vraagstukken die er nog bestonden aangaande de stationaire waterbeweging in natuurlijke waterloopen. Hierin is tevens het bovenstaande verwerkt.
In deze publicatie wordt uitgegaan van de formule van Strickler en een snelheidsverdeeling in de verticaal volgens een 6e graadsparabool. Voor deze snelheidsverdeeling zijn in den loop der tijden vele wiskundige krommen gegevens, waarvan slechts enkelen een even goede of slechts weinig betere benadering geeft als de 6e graadsparabool. In hanteerbaarheid staan deze krommen ver ten achter bij den parabool waarom de parabool wordt aangehouden.
Het blijkt dat dan tevens wordt voldaan aan de door Prandtl en von Karman opgestelde vergelijkingen:

$$k = l^2 \left(\frac{dV}{dk}\right)^2$$

Waarin k de inwendige schuifspanning is en l de mengweg, zij het dat nu l een andere waarde en dimensie verkrijgt.
Men komt dan tot de volgende formule voor het dwarsverhang, indien de X as de stroombaan in het beschouwde punt raakt en de IJ as loodrecht op de X as staat en van het krommingsmiddelpunt af is gericht:

$$y_y = -1{,}060 \frac{V_g^2}{g \cdot r} \pm 1{,}024 \frac{a}{g} V_g$$

Hierin is:
J_y = dwarsverhang
$\frac{1}{r}$ = stroombaankromming
V_y = gem.snelheid i.d. verticaal
g = versnelling v.d. zwaartekracht
a = 0.0001 (deze waarde wordt voor Nederland aangegeven in het Verslag Staatscommissie Lorentz).

De eerste term is deze formule is afkomstig van de centrifugaalkracht.
De tweede term van de kracht van Coriolis.
Indien de invloed van de kracht van Coriolis wordt verwaarloosd en de formule van de Chézy wordt ingevoerd, waarbij C = 50 m/sec. wordt gesteld, vindt men:

$$\frac{V_x}{V_y} \text{ obb} = 6 \frac{H}{r}.$$

Hierin zijn V_x obb en V_y obb de ontbondene van de oppervlakte snelheid resp. in x en y richting.

De grootste onzekerheid wordt gevormd door de waarden van de constante C van Chézy en die van de relatieve bodem ruwheid ε van Strickler. Het is een eerste vereischte dat hierover nadere gegevens worden verkregen.

5. Zandbeweging.
In de aangekondigende publicaties van ir.L.van Bendegom wordt tevens ingegaan op de zandbeweging in rivieren.

Hierin wordt in analogie met de waterbeweging voor de zandbeweging een berekeningsmethode ontwikkeld volgens een stelsel van zandbanen. Voor elke zandbaan geldt een bewegingsvergelijking, n.l. de zandtransportformule en een continuïteitsvergelijking.
Met deze vergelijkingen kan de ligging van den zandbodem worden berekend.
Van de drie bestaande transportformules, namelijk die van Schoklitsch Meijer-Peter en du Boijs-Straub, wordt de laatste omgewerkt tot:

$$t = 4 V_1^2 (V_1^2 - V_{1g}^2) \text{ m}^3/\text{m}'/\text{etmaal}.$$

Waarmede het bodemtransport per m breedte wordt gegeven als een functie van de watersnelheid, op 1 m boven den bodem. De grenssnelheid op 1 m boven den bodem V_{1g} voor het in beweging komen van zand is theoretisch bepaald, gebruik makend van het feit dat de tangens van de hoek van natuurlijk talud van zand op 0,6 is te stellen en nagenoeg constant is voor verschillende zanden.

Er werd dan gevonden, dat:

$$t = 4 V_1^2 (V_1^2 - 36 d^{2/3}) \text{ m}^3/\text{m}'/\text{etmaal}.$$

-De-

De korreldiameter is dus alleen in de grenssnelheid aanwezig. De formule gaat uit van homogeen zand. Natuurlijk zand moet gesplitst worden in een aantal korrelgroepen; de maatgevende korreldiameter van elke groep is te stellen op die maaswijdte, waardoor 50 % van het zand valt. Voor elke fractie moet een zandbanenstelsel worden berekend; in deze berekeningen moet men ermee rekening houden dat, wanneer in de natuur meer zand wordt aangevoerd dan kan worden afgevoerd, de grofste fracties van het zand blijven liggen. Deze formules gelden voor een rechte stroombaan.
Bij gekromde stroombanen wijken de zandbanen in richting af van de stroombanen tengevolge van het optreden van den spiraalstroom. Men komt dan tot de volgende zandtransportformule:

$$q = 4b\,V_1^2\left(\beta V_1^2 - 86\,d^{2/3}\right)$$

$$\text{waarin } \beta = \left(\frac{1+\alpha \sin \beta x}{3{,}6 \cdot 10^{-4} b^2}\right)\frac{1}{\cos \delta}$$

$$\text{en } \operatorname{tg} \delta = \frac{-3{,}6 \cdot 10^{-3}\,\frac{V g^2 H}{r\,\alpha} + \sin \beta y}{3{,}6 \cdot 10^{-4}\,\frac{V g^2 H}{r\,\alpha} + \sin \beta x}$$

Hierin is α den hoek tusschen de op een zandkorrelwerkende krachtresultante en de raaklijn aan de stroombaan in het beschouwde punt; βx de helling van den bodem volgens de X as, βy de helling van den bodem volgens de Y as.
Bij een voldoend lange bocht, waarbij de dwarshelling zich volledig kan ontwikkelen moet $\delta = 0$ zijn, waardoor gaat gelden dat:

$$\sin \beta y = 3{,}6 \cdot 10^{-3}\,\frac{V g^2 H}{r \cdot d}$$

Deze formule klopt aardig met de door Lely opgestelde empirische formule:

$$\sin \beta y = \frac{22}{r}$$

Volgens deze berekeningsmethode is het gelukt uitgaande van een horizontalen rivierbodem in een rivierbocht de ligging van den evenwichtsbodem te bepalen.
De aldus bepaalde bodemligging heeft alle karakteristieke eigenschappen van in de natuur opgemeten bodemliggingen in rivierbochten. Door deze berekeningsmethode kan men van te voren kennen de bodemligging van een te maken rivierbocht.
Dit kan van groot belang zijn indien men, ter vermijding van groote kosten, niet de gebruikelijke en tot nu toe eenig afdoende methode van bochtverbetering toepast, die van bochtafsnijding, maar een methode waarbij zandleidende wanden in den bodem worden aangebracht. De functie van deze

-wanden-

wanden is, dat de voor een natuurlijke bocht typische eigenschappen zich niet of althans veel minder sterk kunnen ontwikkelen.
Hierdoor wordt voorkomen de voor de scheepvaart nadeelige beperking van de vaargeulbreedte en het tegen den buitenbochtoever aandringen van de scheepvaart door den oppervlaktestroom.

Deze berekeningsmethode leent zich uitstekend om in combinatie van modelonderzoek te worden toegepast.

6. Toekomstige onderzoekingen.
uit het voorgaande moge blijken dat het van groot belang is dat de hierna te noemen onderzoekingen zoo spoedig mogelijk worden voortgezet of aangevangen.

De aangegeven volgorde geeft eenigszins aan, aan welke problemen voorrang is te geven hoewel strenge scheiding van de diverse problemen niet goed mogelijk is.
De voorrang zal echter sterk worden beinvloed door de volgorde waarin de beschikking wordt verkregen om de diverse benoodigde instrumenten en door diverse in ontwerp of in voorbereiding zijnde werken.
In de practijk zal de volgorde daardoor min of meer willekeurig schijnen.

1o. Het verrichten van afvoermetingen Invoering van andere snelheidsmeters dan drijvers. Nagaan van de verschillen in de uitkomsten van drijvermetingen en die van de in te voeren meetwijze.
2o. Het verrichten van zandtransportmetingen. Nagaan hoe dit transport kan worden gemeten door bepaling van de verplaatsing van ribbels.
3o. Het weer verrichten van boringen in het zomerbed van de Rijntakken, in verband met te verwachten verdere verlaging van het zomerbed.
4o. Voortzetting van het onderzoek van de waarden van de coëfficiënten in de afvoerformule voor water en zand, evenals de afhankelijkheid van deze constanten van de waterdiepte.
5o. Voortzetting van het onderzoek van de snelheidsverdeeling in de verticaal.
6o. Voortzetting van het onderzoek van de afhankelijkheid van de ribbelafmetingen van korreldiameter, waterdiepte en watersnelheid.
7o. Bestudeering van het karakter en de grootte van den invloed van zandleidende dammen in een te scherpe rivierbocht. Hiervoor is een modelproef noodzakelijk.
Voorts zullen nog vele detail metingen zijn te verrichten betreffende de Waterbeweging, waarvan genoemd kunnen worden:

-langs-

langs- en dwarsverhang in bochten en nabij splitsingen, grootte en richting van den oppervlakte - en bodemstroom in zulke riviergedeelten, wijze van strooming over kribben, kaden en overlaten, langs kribkoppen enz.

Arnhem, 4 Juni 1946.
De Ingenieur,

Typ:G.-
Coll: