

*6. Deel 1/14
VfW*

Dr J. van Veen:
"getijstroomberekening met behulp van wetten analoog aan die van Ohm en Kirchhoff".
Overdruk uit De Ingenieur, jg. 52, no. 19, 1937.

B. BOUW- EN WATERBOUWKUNDE 9. DELTADIENST WATERLOOPK. AFD.

INHOUD: Getijstroomberekening met behulp van wetten analoog aan die van OHM en KIRCHHOFF door dr. ir. JOH. VAN VEEN. — Korte technische berichten: Taludbekleding van trilbeton. Haven van Londen.

Getijstroomberekening met behulp van wetten analoog aan die van Ohm en Kirchhoff

door
dr. ir. JOH. VAN VEEN.

R561.

Afleiding van eenvoudige fundamentele wetten, waarmede een helder inzicht wordt verkregen in de getijwerkingen in een net van geulen en waarmede de getijstroomen gemakkelijk en voor de meest voorkomende rivierverbeteringsgevallen ook nauwkeurig kunnen worden berekend. Toetsing dezer wetten aan een uitgebreide reeks recente afvoermetingen en aan een berekening volgens de exacte methode (reeksontwikkeling). Voorbeelden en eenige algemeene gevolgtrekkingen.

Getijberekeningen staan in ingenieurskringen bekend als moeilijk en ingewikkeld. Inderdaad komt men spoedig tot bijvoorbeeld 40 vergelijkingen met 40 onbekenden en tot oplossingen in het complexe vlak of wel met behulp van reeksontwikkelingen, welke veel tijd en een goeden wiskundigen aanleg vorderen. Behalve dat, moet men nog de kunst verstaan de juiste zaken te verwaarlozen — zelfs bij de meest nauwkeurige methoden moet men verwaarlozingen aannemen — en het is hier, dat vele beoefenaars der getij-wetenschap wegens onvoldoende voeling-houden met de natuur struikelen. Aan berekeningen, die niet op een uitgebreid stel metingen zijn gebaseerd, of waarbij de verwaarlozingen niet met cijfers op haar al of niet toelaatbaarheid zijn getoetst, kan men ook dan in het algemeen slechts weinig praktische betekenis hechten.

Hieronder wordt een eenvoudige „ingenieursmethode” ontwikkeld, waarbij de stroomen voor de gewoonlijk voorkomende gevallen, als bijvoorbeeld bij de afdamming van de Brielse Maas, de verbetering van de Oude Maas, of bij het graven van de „Koedoodrivier” tusschen de Waalhaven en de Oude Maas, enz., met een betrekkelijk groote mate van nauwkeurigheid gemakkelijk kunnen worden berekend. Daarbij wordt uitgegaan van de analogie, die er bestaat tusschen elektrische stroomen en waterstroomen: een gewone rivier wordt vergeleken met een gelijkstroom, een net van getijstroomen met een net, waarin elektrische wisselstroomen optreden. Het verticale getij kan niet goed op deze wijze berekend worden; de hier te bespreken methode zal dan ook uitsluitend betrekking hebben op die gevallen, waarbij de amplitude van het verticaal getij niet of niet noemenswaard verandert. Meestal mag men dit wel aannemen.

Mochten de amplituden wel noemenswaard veranderen, dan kan men deze met behulp van de een of andere gedeeltelijk empirische formule vooraf schatten.

Het is bij het Rivierbeheer gewoonte den factor $bh^{3/2}$ (b = breedte, h = diepte) zoowel voor boven- als benedenrivieren het „doorlatingsvermogen” van een profiel te noemen. Dit is verklaarbaar, daar de diepte een grooteren invloed heeft op den gemakkelijken afvoer van water dan de breedte. Genoemde zeggwijze bracht schrijver dezes in 1931 ertoe de analogie verder uit te werken en wetten, gelijkende op die van OHM en KIRCHHOFF, toe te passen op de benedenrivieren. Reeds van den aanvang bleek uit een achttal toetsingen aan stroommetingen, dat een groote nauwkeurigheid bereikt werd en dat de eigenlijke kern der getijbeweging was aangeraakt. Nadere toetsingen aan de in 1930—'34 verzamelde uitgebreide reeks afvoercijfers¹⁾ wezen ditzelfde opnieuw uit, terwijl

ten slotte een ervaring van een 6-tal jaren aan het licht bracht, dat de „electrische” methode onmisbaar is om zich snel een denkbeeld te vormen van de veranderingen, die in het rivierenet zullen optreden als gevolg der voorgenomen verbeteringswerken. Evenals met de methode LORENTZ het geval is, worden echter geen details verkregen.

- De voordeelen boven de methode LORENTZ zijn:
- 1°. de zeer veel grootere eenvoud,
 - 2°. de gewone kwadratische weerstandswet kan worden toegepast,
 - 3°. de werkelijk voorkomende, niet-sinusoidale getijlijnen kunnen worden aangehouden.
 - 4°. de invloed van den afvoer van opperwater oefent geen storenden invloed uit,
 - 5°. de trechervorm der getijrivieren behoeft niet verwaarloosd te worden.

De uitkomsten der „electrische” methode kunnen dan ook in vele gevallen nauwkeuriger zijn dan die, verkregen met de methode LORENTZ. Hoewel deze laatste bij ongeveer sinusoidaal verlopende getijlijnen en voor zeer groote veranderingen in een geulennet eenige belangrijke voordeelen bezit, is zij toch voor behoorlijk nauwkeurige berekeningen van de veranderingen der *IIV*- en *LW*-lijnen en van die der stroomen en van den afvoer van opperwater in benedenrivieren niet geschikt. Wil men de uiterste nauwkeurigheid en alle details bereiken, dan moet de „exacte” methode worden toegepast (zie DRONKERS, „Een getijberekening voor Benedenrivieren” in *De Ingenieur* nr. 34, 1935) en moet dus met behulp van reeksontwikkeling elk rivierak berekend worden. Dit is een tijdroovend werk, dat echter voor eenigszins belangrijke plannen niet achterwege mag worden gelaten om de eenvoudige reden, dat de tevoren genoemde „details” oorzaak kunnen zijn, van het al dan niet noodig zijn van dijkverzwaringen.

Het berekenen van amplitudeverschillen met een nauwkeurigheid van minder dan 10 cm kan op de benedenrivieren niet anders dan met de exacte methode geschieden.

Hoofdstuk I. De analogie tusschen waterstroomen en elektrische stroomen.

A. Gelijkstroom.

a. De wet van OHM.

De grond-wet voor eenparige beweging luidt:
beweegkracht = wrijvingskracht (1)

hetgeen ook geschreven kan worden:
motorische kracht = stroomsterkte \times weerstand per eenheid van stroomsterkte.

of: $E = I \cdot R$

Voor waterstroomen in één richting wordt (1), zie fig. 1:
 $gbh\alpha = blc'v_p^2$, (krachten per massa-eenheid)

¹⁾ Afvoerbepalingen in de Benedenrivieren in 1930—1934. Uitgave Min. v. Waterstaat. Alg. Landsdrukkerij 1935.

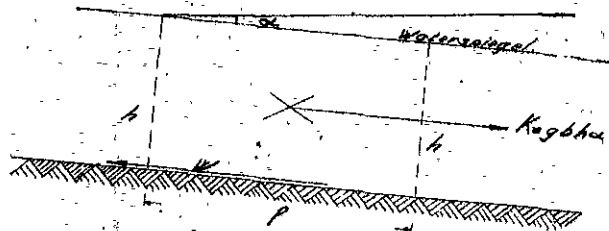


Fig. 1.



Fig. 2.

waarin g de versnelling van de zwaartekracht, α het verhang van den waterspiegel en b, h en l de afmetingen van een riviermoot voorstellen. Voorts is c' een constante, en v_g de gemiddelde snelheid in het profiel. Volgens de dimensievergelijking moet de exponent $p = 2$ zijn. De vergelijking voor eenparige strooming wordt dus:

$$v_g = c_1 \sqrt{gh\alpha}$$

$$\text{of } Q = cF \sqrt{h\alpha}$$

waarin $F = bh$; $c_1 = \frac{1}{\sqrt{c'}}$ en $c = c_1 \sqrt{g}$ is.

Dit is de bekende formule van de Chézy, waarin c de constante van EYTELWEIN is (ongeveer 50).

Hoewel niet juist, neemt men soms voor het gemak $p = 1$, omdat daarbij de stroomingsverschijnselen gemakkelijker wiskundig benaderd kunnen worden. De zogenoemde constante c' verkrijgt dan een dimensie.

In het vervolg zullen hier zoowel voor $p = 1$ (lineaire wet) als voor $p = 2$ (kwadratische wet) de betrekkingen worden afgeleid.

De analogie tusschen elektrische-gelijkstroom en water-gelijkstroom is blijkens het voorgaande dus:

TABEL I.

	electrisch	lineair	kwadratisch
beweegkracht ...	E	$gh\alpha$	$\sqrt{gh\alpha}$
stroomsterkte ...	I	Q	Q
weerstand per eenheid van stroomsterkte	R	$\frac{k'}{h}$	$\frac{1}{hc_1 \sqrt{b}}$

Immers de grondvergelijking wordt voor het lineair verband ($p = 1$)

$$gh\alpha^3 = bk'v_g = Q \frac{k'}{h}$$

en voor het kwadratisch verband ($p = 2$)

$$gh\alpha = bc'v_g^2 = Q^2 \frac{1}{c^2 bh^2}$$

b. De eerste wet van KIRCHHOFF is voor elektrische stroomen bij een stroomsplitsing (knooppunt) $\Sigma I = 0$, bij waterstroomen

$$\Sigma Q = 0$$

c. De tweede wet van KIRCHHOFF, toegepast in haar eenvoudigsten vorm (fig. 2) geeft voor elektrische stroomen:

$$E_{AB} = I_1 R_1 l_1 = I_2 R_2 l_2$$

Voor waterstroomen vindt men op geheel analoge wijze,

als Z_{AB} het verval tusschen de punten A en B voorstelt:

$$Z_{AB} = \alpha_1 l_1 = \alpha_2 l_2$$

Derhalve is voor:

lineaire weerstand

kwadratischen weerstand

$$Z_{AB} = \frac{Q_1 l_1 k'_1}{gb_1 h_1^2} = \frac{Q_2 l_2 k'_2}{gb_2 h_2^2} \quad Z_{AB} = \frac{Q_1^2 l_1}{gc^2 b_1^2 h_1^3} = \frac{Q_2^2 l_2}{gc^2 b_2^2 h_2^3}$$

B. Wisselstroomen.

a. De wet van OHM luidt voor wisselstroomen per eenheid van lengte:

$$E_g = \frac{I_g R}{\cos \varphi}$$

De factoren E_g en I_g zijn hier gemiddelden. Inplaats van deze gemiddelden kan men natuurlijk ook bij zuiver sinusoidaal verloop de maxima E_0 en I_0 nemen. Voorts is φ het phaseverschil tusschen de E -functie en de I -functie of anders uitgedrukt: De stroomsinusoid (I) bezit een phasevertraging φ ten opzichte van de beweegkrachtssinusoid (E). Deze φ is een gevolg van de zelfinductie:

$$E_g = I_g R - E_z \dots \dots \dots (2)$$

$$E_z = -L \frac{dI}{dt}$$

waarin E_z de electromotorische kracht van zelfinductie is en L de coëfficiënt van zelfinductie. De E_z verschilt dus 90° in phase met E en I . Dit grafisch voorstellend, verkrijgt men fig. 3a, waaruit de grootte van φ valt af te lezen.

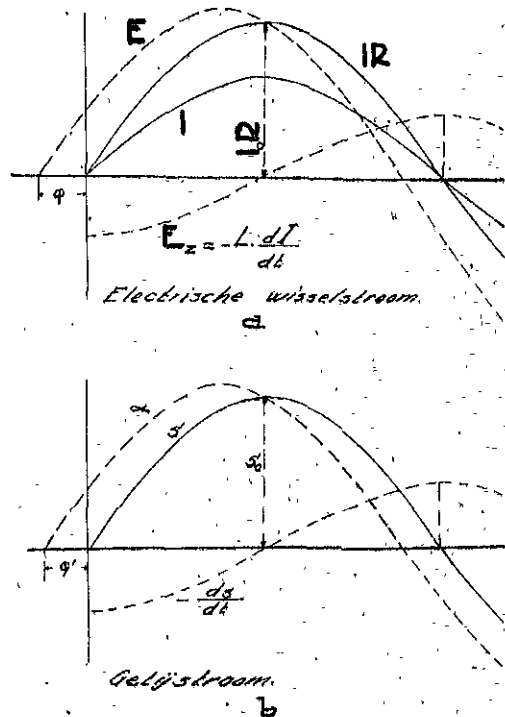


Fig. 3. Vergelijking van wisselstroom en getijstroom

Bij water-wisselstroomen (getijstroomen) is geheel analoog, zooals hieronder zal worden bewezen (zie fig. 3b): De stroomsinusoid bezit een phasevertraging φ' ten opzichte van de beweegkracht (verhangen). Deze φ' is bij al onze benedenrivieren ongeveer 1 uur.

De verklaring dezer vertraging is, dat de hoeveelheden water, die telkens onder den invloed der verhangen heen en weer worden bewogen, zoodanige levende krachten bezitten, dat zij niet zijn uitgeput, wanneer de verhangen reeds = 0 zijn geworden.

Het analogon van het begrip „zelfinductie” is bij getijstroomen dus „de hoeveelheid van beweging.”

Analytisch kan dat worden aangetoond als volgt:

Uit de bewegingsvergelijkingen van EULER ontstaat, indien de centrifugaalkrachten en de krachten van BERNOULLI worden verwaarloosd:

$$ghb\alpha = -\frac{k'}{h} s - \frac{\partial s}{\partial t} \dots \dots \dots (3)$$

Voor de kwadratische weerstandswet:

$$ghb\alpha = -\frac{1}{c_1^2 bh^2} s^2 - \frac{\partial s}{\partial t} \dots \dots \dots (4)$$

Hierin is $s = v_0 bh$, terwijl het + of - teeken afhangt van de vloed- of ebrichting.

Dit kan men noemen (zie (2)):

bewegingskracht = weerstandskracht - inductiekracht

m.a.w. bij getijstroomen is de factor $-\frac{\partial s}{\partial t}$ analoog aan

+ $L \frac{\partial I}{\partial t}$ bij wisselstroomen.

Vectorische voorstelling der grootheden levert dan ook geen principieel verschil tusschen wisselstroomen en getijstroomen (fig. 4).

De formule voor wisselstroomen luidt, als de stroom sinusvormig verandert:

$$E_0 \sin \omega t = I_0 R \sin(\omega t - \varphi) - L \omega I_0 \sin(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}) \dots \dots (5)$$

Hierin stellen E_0 en I_0 resp. de maxima voor van den electromotorischen kracht en van den stroom en ω de hoeksnelheid. Voor getijstrooming (lineairen weerstand) luidt de overeenkomstige formule (zie (3)):

$$ghb\alpha_0 \sin \left\{ \omega \left(t - \frac{x}{V} \right) \right\} = -\frac{k'}{h} s_0 \sin \left\{ \omega \left(t - \frac{x}{V} \right) - \varphi' \right\}$$

$$- \omega s_0 \left\{ \sin \omega \left(t - \frac{x}{V} \right) - \varphi' - \frac{\pi}{2} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

Hierin is V de voortplantingssnelheid der getijgolf en x de afstand uit het beginpunt der rivier.

Voor de kwadratische betrekking tusschen weerstand en stroom gaat de analogie niet op. Gaat men echter, in navolging van LORENZ, den totalen arbeid per periode van den term

$$Z = \frac{1}{c_1^2 bh^2} s_0^2 \sin^2 \left\{ \omega \left(t - \frac{x}{V} \right) - \varphi' \right\} \dots \dots (zie (4))$$

gelijkstellen aan den totalen arbeid per periode van

$$Z' = \frac{k'}{h} s_0 \sin \left\{ \omega \left(t - \frac{x}{V} \right) - \varphi' \right\} \dots \dots (zie (3))$$

dan vindt men een betrekking tusschen k' en c_1^2 , waardoor men, per periode rekenend, de analogie kan doen doorgaan. Bedoelde arbeid is

$$2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} Z s \, dt = 2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} Z' s \, dt$$

waaruit volgt:

$$k' = \frac{8}{3 \pi c_1^2} v_0 \dots \dots \dots (7)$$

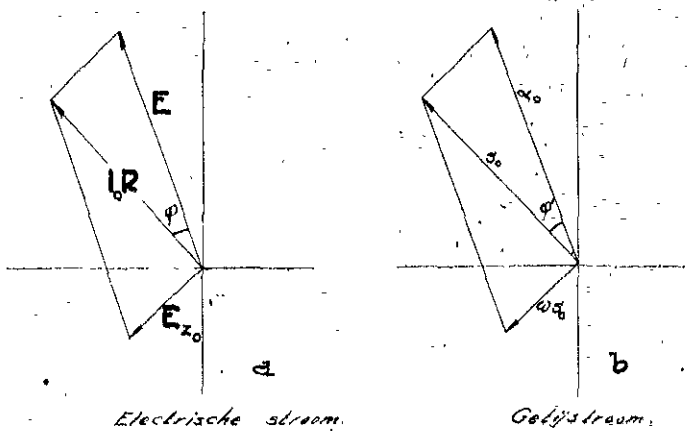
Hierin is $v_0 = \frac{s_0}{bh}$.

Dat deze formule iets anders is dan formule (127) van de Staatscommissie Zuiderzee vindt haar oorzaak daarin, dat iets andere constanten werden genomen, namelijk $k' = kh$

en $c_1 = \frac{c}{\sqrt{g}}$. Natuurlijk is zij niet meer dan een ruwe

benadering. In hoeverre zij op de benedenrivieren bruikbaar is, zal naderhand worden nagegaan.

De analogie tusschen (5) en (6) levert dus nog op, indien (7) mede in acht genomen wordt:



Electrische stroom.

Getijstroom.

Fig. 4. Vector-voorstellungen.

TABEL II.

	electrisch	lineair	half-kwadratisch
coëff. v. zelfinductie	L'	1	1
max. zelfinductie	$E_{z_0} = I_0 \left(\frac{\partial I}{\partial t} \right)_{max.}$	ωs_0	ωs_0
phasevertraging	$tg \varphi = \frac{E_{z_0}}{E_0 R} = \frac{L \omega}{R}$	$tg \varphi' = \frac{h \omega}{k'}$	$tg \varphi' = \frac{3 \pi c_1^2 \omega bh^2}{8 s_0}$

Stel voorts $tg \varphi' = \frac{\omega h}{k'}$, (φ' is hier een hulphoek, zie tabel II) en substitueer deze in (6), dan ontstaat de vergelijking:

$$s_0 = \frac{bgh^2}{k'} \alpha_0 \cos \varphi' = \frac{(bgh\alpha_0) \cos \varphi'}{\frac{k'}{h}} \dots \dots \dots (8)$$

Vergelijk hiermede:

$$I_0 = \frac{E_0 \cos \varphi}{R}$$

en de gegevens van tabel I, dan is de analogie weder volkomen duidelijk.

De algemeene vergelijking voor sinusoidale getijstroomen (met inachtneming van de lineaire weerstandswet) luidt dus:

$$h = A \cos \left\{ \omega \left(t - \frac{x}{V} \right) \right\}$$

$$s = \frac{bgh^2 \omega A}{V k'} \cos \varphi' \sin \left\{ \omega \left(t - \frac{x}{V} \right) - \varphi' \right\} \dots \dots \dots (9)$$

Hierin is $\frac{\omega A}{V} = \alpha_0 \dots \dots \dots (10)$

zooals analytisch gemakkelijk kan worden afgeleid door de eerste betrekking van

$$(9) \text{ te differentieeren: } \alpha = \frac{\partial h}{\partial x} \rightarrow \alpha_0 = \frac{\omega A}{V}$$

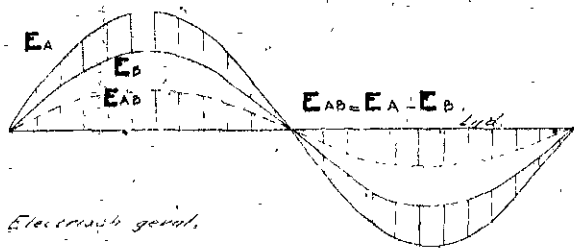
Ook grafisch volgt deze verhouding oogenblikkelijk (zie fig. 9)².

Het vermogen (eb + vloed per periode) is voor de lineaire betrekking:

²) J. J. CANTER CREMERS leidde deze formule reeds in 1916 af en kwam, hierop door redeneerende, tot lezenswaardige gevolgtrekkingen.

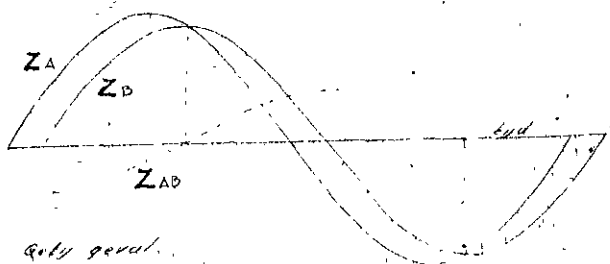


Fig. 5.



Electrisch geval.

Fig. 6. Potentiaalkromme E_{AB} .



Geely geval.

Fig. 7. Verval-sinusoid Z_{AB} .

$$Q = \frac{bgh^2\omega A}{k'V} \cos \varphi' \times 4 \int \sin \left\{ \omega \left(t - \frac{x}{l} \right) - \varphi' \right\} dt$$

11175 $\cdot \alpha'$

$$\text{of } Q = \frac{4A}{k'} bgh^2 \cos \varphi' \times \frac{x'}{T} \dots \dots \dots (11)$$

Hierin is Q het vermogen, l de lengte van een riviervak, T de voortplantingstijd van de getijgolf in dat vak en $\alpha' = \frac{x}{l} \cdot \frac{\varphi'}{\omega}$.

Het voorgaande is nog te schrijven:

$$\left. \begin{aligned} Q &= \frac{4Ag}{k'} \frac{T}{l} \cos \varphi' \\ \lg \varphi' &= \frac{h\omega}{k'} \end{aligned} \right\} \text{lineair} \dots \dots \dots (12)$$

Voor de kwadratische wet is in te vullen (7) en voorts:

$$Q = \frac{4s_0}{\omega} \dots \dots \dots (13)$$

Er komt dan:

$$\left. \begin{aligned} \frac{Q^2}{b^2h^3} &= 3 \times 44700 \times Agc_1^2 \frac{T}{l} \cos \varphi' \\ \lg \varphi' &= \frac{3\pi^2 c_1^2 h}{4r_0 \cdot 44700} \end{aligned} \right\} \text{half-kwadratisch} \dots (14)$$

Deze formules (14) leveren betere resultaten dan de formules (12).

b. Eerste wet van Kirchhoff.

Voor getijstroomen is bij een splitsingspunt op ieder oogenblik $\Sigma s = 0$.

Per periode is bij een splitsingspunt $\Sigma Q = 0$, doch men moet daarbij in acht nemen, dat de fasen der stroomen wel eens niet volkomen gelijk kunnen zijn en dat dus nabij de keertingen zoogenaande „rondstroomingen“ bij de splitsingspunten kunnen voorkomen, waardoor de vergelijking niet volkomen meer opgaat. Op de benedenrivieren bezitten deze rondstroomingen slechts geringe bedragen

c. Tweede wet van Kirchhoff.

Voor het eenvoudige geval, afgebeeld in fig. 5, is bij

$$\text{wisselstroomen } E_{AB} = \frac{I_1 R_1 l_1}{\cos \varphi_1} - \frac{I_2 R_2 l_2}{\cos \varphi_2}$$

De E 's en de I 's kunnen hier de gemiddelde waarden of ook maxima voorstellen.

De E_{AB} -kromme is het verschil der E_A en E_B krommen (fig. 6). Deze zijn in phase, omdat de voortplantingssnelheid van electriciteit zoo groot is. Bij getijgolven is de voortplantingssnelheid slechts 8 à 15 m per seconde. Men heeft hier dus een *principieel verschil*.

De vervalkromme Z_{AB} tusschen twee punten eener rivier is daardoor in wezen iets anders dan de E_{AB} kromme bij wisselstroomen (zie fig. 7).

Hiervoor geldt: *Indien in een gesloten kring van getijgeulen gelijke amplituden heerschen, is de som van alle voortplantingstijden in deze geulen = 0, dus*
 $\Sigma T = 0$.

Het is hier de plaats uit te wijden over het begrip voortplanting. Zoolang de amplitude, de middenstand en de sinusoidenvorm niet veranderen, is het begrip eenvoudig genoeg en volgt de bovengenoemde wet ook oogenblikkelijk. Veranderen deze factoren echter wel, dan kan men beter niet langer van voortplantingstijden spreken, doch van het voortplantingsoppervlak $= M$.

Hiëronder wordt begrepen het oppervlak tusschen de gelijkkrommen van twee opeenvolgende niet te ver van elkaar gelegen (onderlinge afstand $= l$) stations over de geheele periode van eb en vloed (zie fig. 7).

Onder den voortplantingsgradient kan de factor $\frac{M}{l}$ worden verstaan.

De 2e wet van Kirchhoff wordt in dat algemeene geval:
 $\Sigma M = 0$.

Voor een kring van getijgeulen is de som van de voortplantingsoppervlakken $= 0$.

Een eenvoudig voorbeeld wordt hiervan gegeven in fig. 8. Natuurlijk mogen de afstanden ZG , GD , ZIV en WD niet te groot worden. Worden zij dit wel, dan moeten zij in twee of meer vakken worden gesplitst. Het criterium is, dat de getijlijnen der opeenvolgende stations ten naastebij door één punt moeten gaan (zie fig. 8).

Bij het theoretische geval van gelijkblijvende amplituden is per periode: $M = 4AT$.

Het is hierbij van buitengewoon belang op te merken, dat gerekend over een volle periode, het voortplantingsoppervlak feitelijk ook de som der vervallen tusschen de twee punten der rivier voorstelt. Dins (zie fig. 9):

voortplantingsoppervlak = motorisch oppervlak.
 Analytisch is dit uit te drukken voor het geval van sinusoidale gelijkblijvende getijlijnen:

$$M = 4AT = \frac{2}{\pi} z_0 > 44700 \dots \dots \dots (15)$$

$$\text{of } \frac{A}{V} = \frac{z_0}{\omega}$$

(waarin $\alpha_0 = \frac{z_0}{l}$).

Deze formule werd reeds tevoren afgeleid (zie (10)) en ze volgt ook uit fig. 9.

Hoofdstuk II. Berekeningsmethode.

Uit het voorgaande kan de volgende berekeningsmethode worden afgeleid.

A. Met inachtneming der lineaire weerstandswet.

Wij vonden voor de krachtenvergelijking (OBM)

$$\frac{Q}{bh^2} = \frac{4Ag}{k'} \cos \varphi' \frac{T}{l} \dots \dots \dots (12)$$

Ingevolge formule (15) kan dit geschreven worden:

$$\frac{Q}{bh^2} = \frac{gM}{k'l} \cos \varphi'$$

Beter is den volgenden weg te bewandelen. Bepaal de $\frac{Q}{bh^2}$ voor elke peilraai afzonderlijk, sommeer deze quotiënten en deel door het aantal peilraaien. Wegens den trechtervorm der riviervakken tussehen de knooppunten blijven de factoren $\frac{Q}{bh^2}$ ongeveer constant, omdat men in een vak met het oog op de scheepvaart h het liefst constant houdt. Men gebruike dus het liefst de formule:

$$\frac{\sum \frac{Q}{bh^2}}{n} = \frac{gM}{k^2 l} \cos \varphi' \dots \dots \dots (16)$$

B. Met inachtneming der half-kwadratische weerstandswet. Het uitgangspunt is thans:

$$\frac{Q^2}{b^2 h^3} = 3 \times 44700 \text{ Agc}_1^2 \frac{M}{l} \cos \varphi' \dots \dots \dots (14)$$

of ook: $\frac{Q^2}{b^2 h^3} = \frac{3}{4} 44700 \cdot \frac{M}{l} g c_1^2 \cos \varphi'$

Wegens den trechtervorm der rivieren nemen wij liever:

$$\frac{1}{n} \sum \frac{Q}{bh^2} = \sqrt{\frac{3 \times 44700 \cdot g c_1^2 M}{4l} \cos \varphi'} \dots \dots \dots (17)$$

Ook hierin is $F = \frac{Q}{bh^2}$ voor elk riviervak steeds nagenoeg een constante.

Men vindt dus voor een riviervak bijvoorbeeld de volgende grafiek (fig. 10). De Q -lijn en de bh^2 lijn worden kleiner naarmate men verder van de zee komt en de F lijn is ongeveer evenwijdig met de x -as.

Men werkt dus met gestyleerde rivieren. Toevallige afwijkingen wegens aanwezigheid van kuilen, ondiepten, enz. worden „gemiddeld“.

Verg. (17) kan men nog eenvoudiger schrijven als volgt:

$$F = f \sqrt{\frac{M}{l}} \dots \dots \dots (18)$$

Hierin is dus theoretisch (half-kwadratisch):

$$f = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot 44700 g c_1^2 \cos \varphi'} \dots \dots \dots (19)$$

De vraag is nu of dit ongeveer met de praktijk overeenstemt, n.a.w.: is f inderdaad een zoogenaamde constante? Voor de afleiding der theorie hebben wij met sinusoidale getijlijnen moeten werken en hebben wij ook nog andere beperkende veronderstellingen moeten invoeren. Metingen moeten dus uitmaken in hoeverre de formule (18) praktisch bruikbaar is.

Uit de vele sinds 1931 in de benedenrivieren verrichte afvoermetingen zijn de cijfers af te leiden, welke in tabel III zijn vermeld.

In het algemeen gaan de cijfers van f parallel met die van de constante van BYRERLEYS c , hetgeen niet te verwonderen valt, daar de bepaling van f op overeenkomstige wijze geschiedt als die van c . Er blijkt uit, dat de invloed van den $\frac{\partial s}{\partial t}$ factor, gerekend over een volle periode, in de constante kan worden ondergebracht.

De cijfers voor den Rotterdamischen Waterweg ($f = 13400$ en $c = 70$) vallen, evenals die voor het Spui ($f = 8500$, $c = 45$) eenigszins buiten het algemeen gemiddelde. Telt men deze twee rivieren niet mee, dan is gemiddeld:

$$\left. \begin{matrix} f = 9600 \\ c = 50 \end{matrix} \right\} \text{(empirisch)}$$

De middelbare afwijking van f ten opzichte van zijn gemiddelde is daarbij ongeveer 5%, die van c ongeveer 4%.

Volgens formule (19) is, wanneer men $\varphi' = 35^\circ$ neemt en $c = \sqrt{g c_1^2} = 51,5$ (zie de gemiddelden van tabel III):

$$f = 8600 \text{ (theoretisch half-kwadratisch)}$$

Ook is volgens formule (19): $\frac{1}{c} = 171$, terwijl de stroommetingen daarvoor het bedrag 190 (gemiddeld) aangeven (zie tabel III). De veronderstelling, dat de fout,

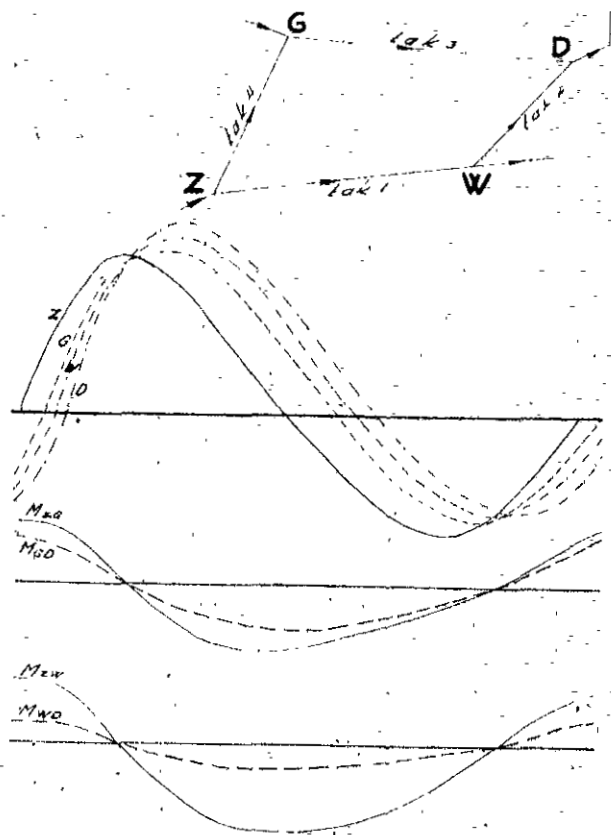


Fig. 8. Voorbeeld voor de 2^o Wet van KIRCHHOFF: $\sum M = 0$.

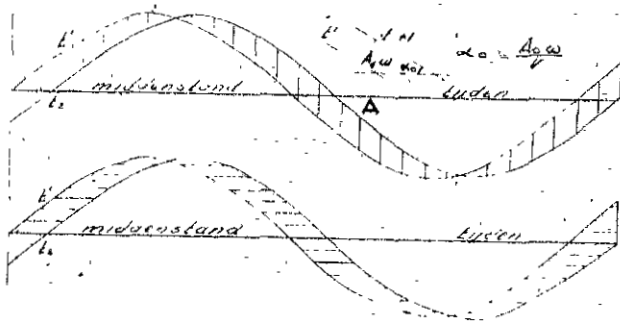


Fig. 9. Motorisch oppervlak - voortplantingsoppervlak.

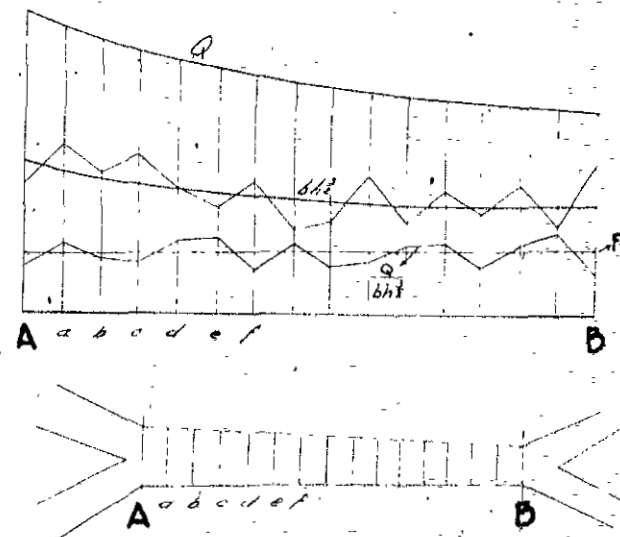


Fig. 10. Stylering van trechtervormige rivieren.

Tabel III.

	f	c	$\frac{f}{c}$	$\sqrt{\cos \psi}$	$\cos \psi$	ψ
Werkendam—Sliedrecht	9980	51.8	192	0.91	0.83	34°
Werkendam—Kop van 't Land	9000	48.1	187	0.89	0.79	37°
Sliedrecht—Dordrecht	10300	52.0	198	0.94	0.88 ⁵	28°
Dordrecht—'s-Gravendeel	9500	50.0	190	0.90	0.81	30°
Puttershoek—Goidschalxoord	9100	50.0	182	0.86	0.74	42°
Goidschalxoord—Spijkenisse	10200	52.0	196	0.93	0.86 ⁵	30°
Noordgeul—Nieuwe Sluis	9500	50.0	190	0.90	0.81	30°
Dordrecht—Alblasserdam	10000	50.0	200	0.95	0.90	25°
Dordrecht—Willemsdorp	9300	50.0	186	0.88	0.77 ⁵	39°
Kop v. 't Land—Jacominaplaat	9100	50.0	182	0.86	0.74	42°
Jacominaplaat—Willenstad	9300	50.8	184	0.87	0.76	41°
Streefkerk—Kinderdijk	10300	53.0	194	0.92	0.84 ⁵	32°
Kinderdijk—Rotterdam	9000	48.0	187	0.80	0.70 ⁵	37°
Rotterdam—Vlaardingen	9450	50.0	189	0.90	0.81 ⁵	30°
Vlaardingen—Maassluis	10600	55.0	193	0.92	0.85	32°
Maassluis—Hoek van Holland	13400	70.0	191	0.91	0.83	34°
Zuidland-Beijerland	8500	45.0	189	0.90	0.81	30°
Gemiddeld	9800	51.5	190	0.90	0.81 ⁵	35°

gemaakt door het gebruik der lineaire weerstandswet, met behulp der ingevoerde correctie (form. (7)) weder goed kan worden gemaakt, gaat dus blijkbaar slechts ten deele op. Formule (7) klopt dus niet geheel met de praktijk. Intuschen gebruiken wij deze formule alleen ter verheldering van ons theoretisch inzicht en zullen wij ons daar voor de praktijk niet op baseeren.

Wij verlaten dus thans de theorie, d.w.z. zoowel de lineaire als de half-kwadratische weerstandswet.

Voor een *bovenrivier* is (periode van 12^h15')

$$f = c \sqrt{44700} \dots \dots \dots (20)$$

Dus voor $c = 47$ $f = 9936$
 „ $c = 51.5$ $f = 10900$.

Ten slotte is voor een *getijrivier* te stellen (zelfde periode):

$$f = c \sqrt{44700 \cos \psi} \dots \dots \dots (21)$$

Hierin is $\cos \psi$ een practische grootheid, welke te berekenen is, indien f en c uit de metingen bekend zijn. Gemiddeld vinden wij aldus uit de metingen met gebruikmaking van formule (21); $\psi = 36^\circ$ (zie laatste kolom van tabel III), doch er moet daarbij worden bedacht, dat de cijfers dezer kolom niet nauwkeuriger zijn dan de metingen. De term $\cos \psi$ is voorts een min of meer abstract begrip, omdat de horizontale getijlijn niet gelijkvormig is met de verticale getijlijn, en dus feitelijk niet van een algemeen faseverschil gesproken kan worden. Evenwel stemt de uitkomst $\psi = 35^\circ$ overeen met de ervaring, die zegt dat het horizontaal getij ongeveer een uur bij het verticaal getij ten achter is.

Er blijkt uit den empirischen staat III ten slotte, dat men met voldoende mate van nauwkeurigheid $\sqrt{\cos \psi}$ in de „constante” kan onderbrengen. De middelbare afwijking van $\cos \psi$ ten opzichte van het gemiddelde is slechts $\pm 3\%$ en dit is geringer dan de schommelingen in de grootte der constante van EYTELWEIN of in die van f . Natuurlijk neme men voor elk riviervak de daarbij behorende constante.

Hoofdstuk III. Eenige voorbeelden.

Uitgegaan wordt dus van de volgende formules:

„Wet van OMM”: $\frac{1}{n} \sum \frac{Q}{bh^3/2} = 9600 \sqrt{\frac{M}{l}}$

- 1°. Wet van KIRCHHOFF: $\sum Q = 0$ (voor een splitsingspunt).
- 2°. Wet van KIRCHHOFF: $\sum M = 0$ (rond een eiland).

Alles wordt uitgedrukt in meters en seconden, terwijl de vakken van splitsingspunt tot splitsingspunt worden genomen en bij voorkeur niet langer dan 10 km. De amplitude van het verticaal getij wordt onveranderd gedacht, dan wel vooraf met behulp eener empirische methode geschat.

Voorbeeld 1. Er wordt een open verbinding gemaakt tusschen 2 punten *A* en *B* gelegen aan beide zijden eener landengte (Cape-Cod kanaal). De richting der getijvoortplanting zij bekend, bijvoorbeeld van Zuid naar Noord en evenzoo het amplitude- en faseverschil tusschen *A* en *B*. Verondersteld wordt voorts dat de zeeinhammen bij *A* en *B* groot en diep genoeg zijn om na opening van het kanaal de getijden te *A* en *B* onveranderd te doen zijn.

Het motorisch oppervlak tusschen *A* en *B* is dus bekend uit de peilschuwwaarnemingen dezer plaatsen. Noem ten slotte de afmetingen van het kanaalprofiel *b* en *h* (*h* is de diepte beneden den middenstand, *b* de gemiddelde breedte) dan is uit

$$\frac{Q}{bh^3/2} = 9600 \sqrt{\frac{M}{l}}$$

Q onmiddellijk te berekenen. Daar dit het vermogen voorstelt, stelt $v_g = \frac{Q}{44700}$ de gemiddelde snelheid voor, terwijl bij sinusoidaal verloop

$$v_{max} = \frac{\pi}{2} v_g$$

De maximumsnelheid, waarmee de schepen te maken hebben, is niet v_{max} doch ongeveer $v_k = \pm 1.15 v_{gk}$. Dit cijfer ± 1.15 , waarop hier niet verder zal worden ingegaan, volgt uit de stroommetingen in het kanaal.

Behalve voor normale gevallen, kan men op dezelfde wijze de stroomen tijdens springtij of doortij berekenen.

Voorbeeld 2. Twee op geringen afstand van elkaar in zee stroomende rivieren, in welker monden een gelijbeweging heerscht, wil men nabij de zee verbinden door een open kanaal. Gevraagd wordt welke stroomen in dit kanaal zullen optreden (fig. 12).

Onmiddellijk is in te zien, dat, indien het verticaal getij te *C* in phase is met dat te *B* en er bovendien geen amplitudeverschil tusschen beide plaatsen is, er door het kanaal geen stroom zal gaan. In punt *K*, gelegen halverwege *C* en *B*, zou de stroom voordurend $= 0$ zijn, terwijl bij *C* en bij *B* zeer zwakke komvullingsstroompjes zouden voorkomen.

In het algemeen zal echter wel een motorisch oppervlak tusschen *C* en *B* aanwezig zijn. Van groot belang is op te

merken, dat men de grootte van dit oppervlak in de hand heeft, door de strekking *CB* in meerdere of mindere mate loodrecht op de kust te nemen, m.a.w. door den „nulstand“ van de „Brug van Wheatstone“ zooveel mogelijk te vermijden, dan wel deze te benaderen.

Bekend worden verondersteld alle profielsafmetingen, de grootten der vermogens Q_1 en Q_2 en M_{zee} (randvoorwaarden).

Gevraagd worden de volgende grootheden:

Q_3, Q_4, Q_5 (vermogens)

M_{AB}, M_{BC}, M_{DC} (motorische oppervlakten)

F_{AB}, F_{BC}, F_{DC} (quotienten $\frac{Q}{bh^{3/2}}$)

Er zullen dus evenzoo vele vergelijkingen moeten worden opgesteld.

Q vergelijkingen: $Q_1 = Q_3 + Q_4$ (1)

$Q_2 = Q_5 + Q_6$ (2)

M vergelijkingen: $M_{zee} = M_{AB} + M_{BC} - M_{CD}$ (3)

F vergelijkingen: $F_0 (= F_{AB}) = \frac{Q_1}{b_0 h_0^{3/2}}$ (4)

$F_3 (= F_{BC}) = \frac{Q_3}{b_3 h_3^{3/2}} = \frac{Q_4}{b_4 h_4^{3/2}}$ (5)

$F_4 (= F_{DC}) = \frac{Q_4}{b_4 h_4^{3/2}}$ (6)

„OHM“ vergelijkingen:

$F_{AB} = 9600 \sqrt{\frac{M_{AB}}{l_{AB}}}$ (7)

$F_{BC} = 9600 \sqrt{\frac{M_{BC}}{l_{BC}}}$ (8)

$F_{CD} = 9600 \sqrt{\frac{M_{CD}}{l_{CD}}}$ (9)

Hieruit volgen de onbekenden gemakkelijk.

Het verdient aanbeveling thans de berekening te herhalen, daar de veronderstelling dat $F_0 = F_{AB}$, $F_3 = F_{BC}$ en $F_4 = F_{DC}$ eenige correctie en controle behoeft. De grootheden F_3 , F_4 en F_0 zijn te beschouwen als hulp-grootheden. Uit de op bovenstaande wijze voorloopig berekende vermogens Q_3 en Q_4 kan men de vermogens in alle raaien van de takken *CD* en *AB* leeren kennen door daarbij telkens de kombergingshoeveelheden tusschen twee raaien in acht te nemen. Daar in deze raaien ook de profielen bekend zijn, kan men hieruit de gemiddelde F_{BC} , F_{CD} en F_{AB} berekenen. Deze zijn nauwkeuriger dan F_3 , F_4 en F_0 , welke uit de formules (4) (5) en (6) volgen, omdat bij deze laatste uitgegaan werd van slechts enkele profielen.

Voorbeeld 3. Een rivier splitst zich in twee armen. Hoe is de verhouding der vermogens dezer twee armen? (fig. 13).

Bekend zijn weder alle profielsafmetingen, de richting en grootte van M_{zee} en de grootte van Q .

Onbekend zijn: Q_1 en Q_2

M_{AC} en M_{BC}

F_{AC} en F_{BC}

Deze kunnen uit de volgende 6 vergelijkingen worden opgelost.

Q vergelijkingen: $Q = Q_1 + Q_2$ (1)

M vergelijkingen: $M_{zee} + M_{BC} = M_{AC}$ (2)

F vergelijkingen: $F_2 (= F_{AC}) = \frac{Q_1}{b_2 h_2^{3/2}}$ (3)

$F_1 (= F_{BC}) = \frac{Q_2}{b_1 h_1^{3/2}}$ (4)

„OHM“ vergelijkingen:

$F_{AC} = 9600 \sqrt{\frac{M_{AC}}{l_{AC}}}$ (5)

$F_{BC} = 9600 \sqrt{\frac{M_{BC}}{l_{BC}}}$ (6)

Deze oplossend vindt men, dat tak *AC* een grootter motorisch oppervlak heeft dan tak *BC* en dat, wanneer de

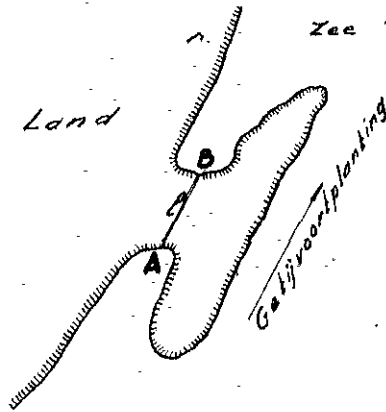


Fig. 11. Cape C kanaal.

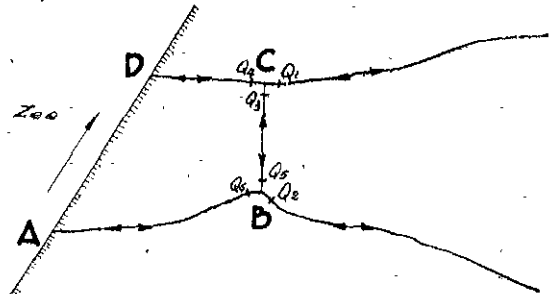


Fig. 12. Nieuwe verbinding BC.

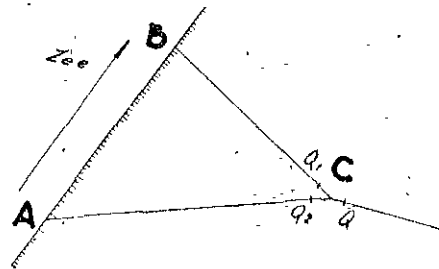


Fig. 13. Dubbele riviermond.

lengten en profielsafmetingen van beide takken evengroot zijn, tak *AC* grootter vermogen heeft dan tak *BC*. Men drukt dit uit door te zeggen, dat rivieren neiging hebben een „vloedschepende“ richting aan te nemen. Men bedoelt daarmede aan te geven, dat een riviermond de neiging heeft hoofdzakelijk in die richting uit te stroomen vanwaar het getij komt.

De linksche (of rechtse) uitstroombingsneiging van riviermonden is dus een kwestie van den motorischen gradient in de verschillende takken, m.a.w. een gevolg van de voortplantingsrichting en van de voortplantingssnelheid van het verticaal getij in zee en niet een kwestie van aard-draaiing, gelijk men vroeger wel aannam.

Voorbeeld 4. Van een enkelvoudige rivier wordt een gedeelte verruimd. Welke vermogensveranderingen geeft dit?

Daar de komberging boven punt *C* (fig. 14) bekend wordt verondersteld, is Q na de rivierverbetering even groot als voor de verbetering. Voorts zijn alle profielsafmetingen bekend.

Gevraagd: $Q_B, M_{AB}, M_{BC}, F_{AB}, F_{BC}$

Hiervoor zijn de volgende vergelijkingen op te stellen:

Q vergelijkingen: $Q_B = Q_C +$ dubbele komberging *BC* (1)

M vergelijking ontbreekt.

F vergelijkingen: $F_B (= F_{AB}) = \frac{Q_B}{b_B h_B^{3/2}}$ (2)

$F_C (= F_{BC}) = \frac{Q_C}{b_C h_C^{3/2}}$ (3)

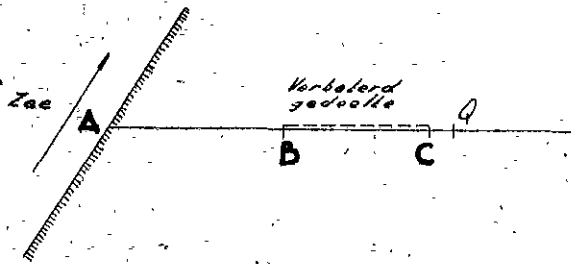


Fig. 14. Verbetering van een gedeelte enkelvoudige rivier.

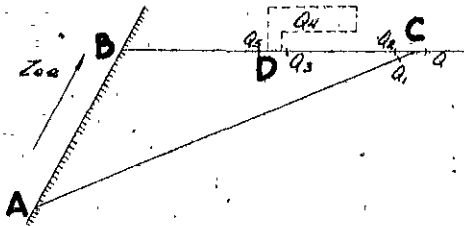


Fig. 15. Het baggeren van een nieuwe haven.

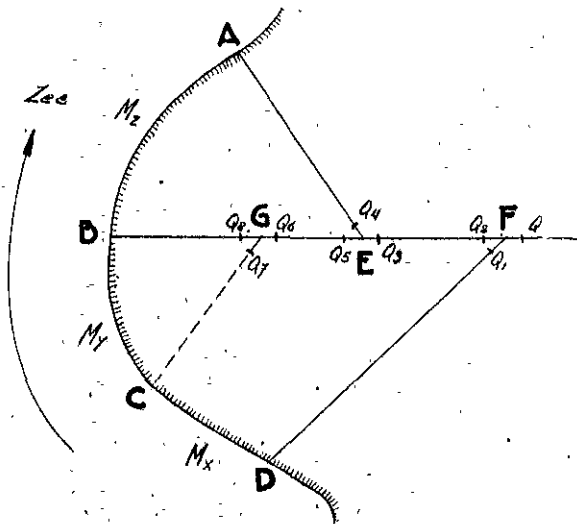


Fig. 16. Het baggeren van een nieuwe riviermond.

Om vergelijkingen: $F_{AB} = 9600 \sqrt{\frac{M_{AB}}{l_{AB}}}$ (4)

$F_{BC} = 9600 \sqrt{\frac{M_{BC}}{l_{BC}}}$ (5)

Hieruit zijn de onbekenden op te lossen, waarna de berekening te herhalen is voor de gemiddelde F_{AB}

$(\frac{1}{n} \sum \frac{Q}{bh^{3/2}})_{AB}$ en de gemiddelde F_{BC} .

Voorbeeld 5. Aan een riviertak wordt een haven gemaakt met een dubbele komberging Q_4 . Gevraagd de stroomveranderingen. Bekend zijn alle profielgegevens en het vermogen Q .

Gevraagd: Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 .
 M_{AC}, M_{BD}, M_{DC} .
 F_{AC}, F_{AD}, F_{DC} .

De oplossing is te vinden uit:

Q vergelijkingen: $Q = Q_1 + Q_2$ (1)

$Q_2 = Q_2 + Q_{DC}$ (2)

$Q_3 = Q_3 + Q_4$ (3)

M vergelijkingen: $M_{AC} = M_{zee} + M_{BD} + M_{DC}$ (4)

F vergelijkingen: $F_1 (= F_{AC}) = \frac{Q_1}{b_1 h_1^{3/2}}$ (5)

$F_2 (= F_{DC}) = \frac{Q_2}{b_2 h_2^{3/2}}$ (6)

$F_3 (= F_{BD}) = \frac{Q_3}{b_3 h_3^{3/2}}$ (7)

Om vergelijkingen: $F_{AC} = 9600 \sqrt{\frac{M_{AC}}{l_{AC}}}$ (8)

$F_{BD} = 9600 \sqrt{\frac{M_{BD}}{l_{BD}}}$ (9)

$F_{DC} = 9600 \sqrt{\frac{M_{DC}}{l_{DC}}}$ (10)

Op deze wijze kan men ook meer ingewikkelde gevallen berekenen. Men krijgt dan meer vergelijkingen, doch het beginsel blijft gelijk. Als voorbeeld eener meer ingewikkelde berekening kan de volgende nog dienen:

Voorbeeld 6.

In een rivierdelta wordt een mond GC gegraven. Welke gevolgen heeft dit op de stroomen in de bestaande rivierarmen?

Bekend is het vermogen Q juist boven het splitsingspunt F , voorts de motorische oppervlakten in zee tusschen de punten D, C, B en A en alle profielafmetingen.

Gevraagd: $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7, Q_8$.
 $M_{CG}, M_{EF}, M_{AE}, M_{GE}, M_{BG}, M_{DF}$.
 $F_{CG}, F_{EF}, F_{AF}, F_{GE}, F_{BG}, F_{DF}$.

Hiervoor de volgende 20 vergelijkingen:

Q vergelijkingen: $Q = Q_1 + Q_2$ (1)

$Q_2 = Q_2 + Q_{EF}$ (2)

$Q_3 = Q_3 + Q_5$ (3)

$Q_5 = Q_5 + Q_{GE}$ (4)

$Q_6 = Q_3 + Q_7$ (5)

M vergelijkingen: $M_{DF} = M_X + M_{CG} + M_{GE} + M_{EF}$ (6)

$M_{CG} = M_Y + M_{BG}$ (7)

$M_{BG} + M_{GE} = M_Z + M_{AE}$ (8)

F vergelijkingen: $F_1 (= F_{DF}) = \frac{Q_1}{b_1 h_1^{3/2}}$ (9)

$F_7 (= F_{CG}) = \frac{Q_7}{b_7 h_7^{3/2}}$ (10)

$F_8 (= F_{BG}) = \frac{Q_8}{b_8 h_8^{3/2}}$ (11)

$F_5 (= F_{GE}) = \frac{Q_5}{b_5 h_5^{3/2}} = \frac{Q_6}{b_6 h_6^{3/2}}$ (12)

$F_3 (= F_{EF}) = \frac{Q_3}{b_3 h_3^{3/2}} = \frac{Q_2}{b_2 h_2^{3/2}}$ (13)

$F_4 (= F_{AE}) = \frac{Q_4}{b_4 h_4^{3/2}}$ (14)

Om vergelijkingen: $F_{CG} = 9600 \sqrt{\frac{M_{CG}}{l_{CG}}}$ (15)

$F_{DF} = \dots$ (16)

$F_{BG} = \dots$ (17)

$F_{GE} = \dots$ (18)

$F_{EF} = \dots$ (19)

$F_{AE} = \dots$ (20)

Om vergelijkingen:

Hoofdstuk IV. Vergelijking van uitkomsten der „electrische“ met die der „exacte“ methode.

Een zelfde geval werd met beide methoden berekend. Verondersteld werd, dat de Brielsche Maas in haar bovenmond - dus bij de oostpunt van Rozenburg - werd afgedamd. Hierdoor zou een gemiddeld vermogen (en vloedhoeveelheid) van rond 24 miljoen m³ worden afgesneden en het spreekt vanzelf, dat dit merkbaar zou moeten zijn op alle benedenrivieren boven Hoek van Holland. Hellevoetsluis en Willensdorp. Ter vergelijking diene, dat het vermogen van den Rotterdamschen Waterweg bij de oostpunt van Rozenburg rond 122 miljoen m³ bedraagt en dat van den Dordtschen Waterweg (Oude Maas) aldaar 40 miljoen m³.

De volgende uitkomsten werden verkregen (+ is toe-

name, -- is afnámig, en alles is uitgedrukt in millioenen m³ per getij).

	exacte meth.	electr. meth.	verschil
Hoek v. Holland-Westgeul.	+ 18,6	+ 18,3	0,3
Westgeul-Rotterdam	-- 3,4	-- 3,0	0,4
Rotterdam-Kingdordijk	-- 3,4	-- 3,0	0,4
Westgeul-Goidschalxoord	-- 2,5	-- 2,5	0,--
Goidschalxoord:			
Puttershoek	-- 1,1	-- 1,1	0,--
Spui	+ 1,4	+ 1,5	0,1
Kil	+ 2,5	+ 4,0	1,5
Oude Maas bij Dordrecht	+ 3,2	+ 3,0	0,2
Noord	-- 1,0	-- 2,5	1,5

Hieruit blijkt, dat alleen de Kil en de Noord eenig verschil opleveren, namelijk 1,5 millioen m³ per getij. De overige rivieren vertoonen practisch geenerlei verschil (hoogstens ongeveer 1/10 % van de vermogens).

De reden, waarom voor de Noord en de Kil afwijkingen worden gevonden, ligt niet in de formule: $P = f \left| \frac{M}{T} \right|$ (wet van Omx). Deze gaat volgens de berekening ook voor de Kil en de Noord volkomen goed door. Het is hier de 1 wet van Kirchhoff ($\sum Q = 0$ bij de splitsingspunten van Kil-Oude Maas en Oude Maas-Noord), welke de fout veroorzaakt. Er heerschen daar rondstromingen van ongeveer 2 millioen m³ per getij en deze zouden tengevolge van de afduwing der Brijelse Maas gedeeltelijk verdwijnen. Wel zou men bij de "electrische" methode tamelijk nauwkeurig de rondstromingsvermindering hebben kunnen schatten, vooral omdat het om betrekkelijk kleine bedragen gaat, doch bij de berekening werd dit met opzet niet gedaan.

Met eenigen goeden wil was de overeenstemming tusschen beide methoden echter wel binnen 0,5 millioen m³ gehouden kunnen worden.

Men moet bij de vergelijking van bovenstaande rijkers bedenken, dat de gemiddelde vermogens onzer benedenrivieren niet tot binnen 8 %, dat is: niet binnen 1 à 2 millioen m³ nauwkeurig kunnen worden bepaald.

Voornaamste gevolgtrekkingen.

Tuetsingen aan de recente metingen in de rivieren (122 afvoermetingen) en aan de exacte berekeningsmethode (recksontwikkeling) hebben het volgende aangetoond:

1. De formule $P = f \left| \frac{M}{T} \right|$ (de zoogenaamde 1 wet van Omx) gaat uitstekend op. Gerekend per periode van 12^h25' is f gemiddeld 9640 voor onze getijrivieren en 9940 voor onze bovenrivieren.

2. De formule $\sum Q = 0$ (zoogenaamde 1 wet van Kirchhoff) is voor de meeste splitsingspunten onzer benedenrivieren voldoende zuiver. Bij Dordrecht komen thans echter op twee plaatsen (bovenmond Kil, Bovenmond Noord) rondstromingen voor, waardoor de formule ongeveer $\sum Q = 2$ millioen m³ wordt. Verandering van dit rondstromingsbedrag kan met de electrische methode niet worden berekend, doch een schatting (het gaat om bedragen, welke betrekkelijk klein zijn ten opzichte van de totale hoeveelheden) is wel mogelijk.

3. De formule $\sum M = 0$ (zoogenaamde 2^e wet van Kirchhoff) geldt met groote mate van nauwkeurigheid voor de rivieren rond een eiland.

4. De electrische methode is bruikbaar voor gevallen, dat de amplitude van het verticale getij niet noemenswaard verandert. De meeste denkbare rivierverbeteringen behoreen hiertoe. Voor dergelijke gevallen zijn de uitkomsten veelal nauwkeuriger dan die, verkregen met de methode Lohmeyer.

5. Het verdient aanbeveling rivierberekeningen steeds met twee of meer methoden uit te voeren. Elke methode

heeft haar bepaalde voordeelen en men verkrijgt door vergelijking de beste waarborgen voor nauwkeurigheid.

Beuige andere gevolgtrekkingen zijn nog:

6°. De electrische methode geeft een duidelijk en eenvoudig inzicht in de voornaamste getijverschijnselen. Evenals de wetten van Omx en Kirchhoff fundamenteel zijn voor de electrotechniek, zijn de hierboven afgeleide analoge wetten het voor de getijleer.

7°. De neiging tot uitstrooming naar links van onze zee-gaten en stroomen, vroeger ten onrechte wel met de aard-draaiing in verband gebracht (wet van Von Barck), kan gemakkelijk met behulp der bovenafgeleide wetten worden verklaard en berekend.

8°. Een wantij is te vergelijken met een brug van Wheatstone. Men heeft de stroomen in een te graven open verbinding tusschen twee getijgeulen daarom in zekere mate in de hand door de strekking van de nieuwe verbinding in meerdere of mindere mate evenwijdig met de kust te doen zijn.

9°. Indien men een toegangsweg tot een rivier wil maken of verbeteren, is de kennis van de ligging der phaselijnen (cotidal lines) in zee van groot belang, omdat de motorische gradient in dezen toegangsweg van primaire beteekenis is.

10°. Tot nog toe werd niet overal voldoende aandacht besteed aan het juist op tijd loopen der uurwerken van registreerende peilschalen. Een enkele maal vond ik bij een peilschaal zelfs een normale fout van niet minder dan 20 minuten! Thans, nu de radio het tijdslein herhaaldelijk aangeeft, is een onjuiste gang der uurwerken goed te vermijden. Een minuut verschil beteekent soms eenige centimeters verschil in het verhang. Ook de fabrikanten van peilschalen letten vink nog onvoldoende op de kwaliteit van het uurwerk.

11°. Het verdient in het algemeen gesproken aanbeveling registreerende peilschalen te plaatsen op de grenzen van de vakken, welke voor het berokenen van een rivierennet noodig zijn. Dus steeds bij de splitsingspunten en voorts op sommige lange riviervakken nog daartusschen.

haar bruikbaarheid in vergelijking met de methode van LORENTZ, dan zou het vereist zijn dat nader werd aangetoond in hoeverre het opofferen van de continuïteitsvergelijking en wat daarmee samenhangt, al of niet tot onjuiste verhoudingen voert. De schrijver laat dit na; men krijgt de indruk dat hij over alle moeilijkheden heen wil glijden, en den lezer suggereert dat alles van zelf volgt. De omstandigheid b.v. dat de door hem beschouwde grootheid Q langs een riviervak niet constant blijft, doet de analogie met de wet van OHM wel enigermate mank gaan; dat naderhand Q/bh^2 of $Q/bh^{3/2}$ als een soort van stroomsterkte gebruikt schijnt te mogen worden, is niet nader verklaard. De schrijver beweert dat een voordeel van zijn methode boven die van LORENTZ is, dat de trechtervorm der getijrivieren niet verwaarloosd behoeft te worden, doch geeft geen bewijs daarvoor, ofschoon juist hier een nadere analyse van het stromingsverloop noodzakelijk geweest zou zijn. LORENTZ heeft daarentegen wel degelijk nagegaan, wat er gebeurt wanneer de breedte van een kanaal verandert.

Ook de op blz. B. 73 onder 3° en 4° vermelde beweringen zijn in het artikel niet bewezen. Voor den deskundigen lezer is het echter duidelijk dat de methode van LORENTZ volkomen is toegerust om de ter sprake gebrachte invloeden te analyseren, en daarbij allerlei details te leveren.

De bewering van den schrijver dat bij zijn elektrische methode de gewone kwadratische weerstandswet kan worden toegepast en dat hierin een voordeel boven de methode LORENTZ gelegen zou zijn, is niet juist, en is ook in strijd met hetgeen de schrijver zelf zegt op blz. B. 75: er wordt in zijn analogie gewerkt met een lineaire weerstandswet, en de wijze waarop deze wordt bruikbaar gemaakt voor de werkelijke gevallen, is de methode, welke door LORENTZ daartoe is ingevoerd.

Er moet verder op worden gewezen dat de uiteenzettingen in het artikel ook op andere punten vragen doen opkomen; zo ontbreekt een regel ter bepaling van het teken van M en van T ; er wordt niets gezegd over hetgeen men moet verwachten dat zou gebeuren, wanneer meerdere getijkrommen elkaar niet in één punt snijden op de wijze, zoals in fig. 8 is aangegeven; terwijl men ook gegronde twijfel kan uitspreken ten aanzien van de bij sommige der voorbeelden ingevoerde onderstelling dat het vermogen Q van een rivier (waarin de som van eb- en vloedstroming is begrepen) bovenstrooms van een bepaald punt onveranderd zal blijven, wanneer men benedenstrooms wijzigingen gaat aanbrengen.

Dat men een analogie opstelt, welke op bepaalde punten van de werkelijkheid afwijkt, doch waarbij men nochtans wil nagaan of de daarmee verkregen sterk geschematiseerde formules in de praktijk voor bepaalde gevallen bruikbaar kunnen zijn, is op zich zelf alleszins aanneemelijk, en de mededeling der daarbij verkregen uitkomsten is van belang, mits overal duidelijk op de grenzen der methode wordt ingegaan. Een uitspraak evenwel als in het begin van het artikel „dat de eigenlijke kern der getijbeweging was aangeraakt”, en de beweringen omtrent de door den schrijver genoemde voordelen boven de methode van LORENTZ, welke laatste toch in alle opzichten van zoveel dieper doordenken doet blijken, kunnen echter niet aanvaard worden.

Prof. dr. J. M. BRUGERS.

* * *

Naschrift.

Blijkens het bovenstaande is de indruk verkregen, dat over alle moeilijkheden heengegleden is. Ik troost mij met de gedachte dat ieder, die de door mij beschreven methode daadwerkelijk zal toepassen, wel het tegendeel beweren zal. Evenwel kan ik mij voorstellen, dat indien men, zoals ondergeteekende, dagelijks met getijberekeningen te maken heeft en gedurende vele jaren verschillende getijberekeningsmethoden heeft getoetst en vergeleken, allicht sommige zaken niet de moeite van het vermelden waard vindt, terwijl buitenstaanders en belangstellende theoretici, voor wie het toch ook leesbaar behoort te zijn, deze schijnbaar eenvoudige, alledaagsche dingen niet kunnen missen.

Het is mijn geachten criticus blijkbaar niet duidelijk geworden, dat Q de stroomsterkte en bh^2 het geleidingsvermogen voorstelt in de formule, die ik de „zoogenaamde wet van Ohm” heb genoemd. Anders zou hij niet den factor

$\frac{Q}{bh^2}$ als een stroomsterkte hebben beschouwd. De formule geldt natuurlijk voor een profiel, niet voor een riviervak. Wil men overgaan tot een riviervak, dan neemt men de

INGEZONDEN STUKKEN.

Getijstroomberekening met behulp van wetten analoog aan die van Ohm en van Kirchhoff.

Naar aanleiding van bovenstaand artikel van dr. ir. JON. VAN VEEN in *De Ingenieur* van 7 Mei j.l. (deel 42; blz. B. 73, 1937), zou ik mij gaarne willen vergoefven de volgende opmerkingen te maken.

Dat er, zoals door den schrijver naar voren wordt gebracht, in hoofdtrekken een analogie bestaat tussen getijstromingen en wisselstromen, is niet nieuw. Dergelijke analogieën komen in alle gebieden der mathematische natuurkunde voor. Aan LORENTZ is deze analogie natuurlijk bekend geweest; dit blijkt uit de gehele opzet van het vraagstuk, zoals dat door hem is behandeld, terwijl er bovendien nog aan herinnerd moge worden dat een der door LORENTZ toegepaste differentiaalvergelijkingen reeds sinds onheuglijke tijden de naam draagt van telegraafvergelijking, aangezien zij betrekking heeft op kabelproblemen, waarbij naast weerstand en zelfinductie ook de capaciteit van betekenis is.

Wanneer men nu de door den schrijver op blz. B. 75 gegeven formules nader beziet, dan blijken deze overigens de analogie nog slechts gedeeltelijk weer te geven. De woorden op blz. B. 73: „Het verticale getij kan niet goed op deze wijze berekend worden; de hier te bespreken methode zal dan ook uitsluitend betrekking hebben op die gevallen, waarbij de amplitude van het verticale getij niet of niet noemenswaard verandert”, blijken n.l. -- zoals men bij narekenen der formules bemerkt -- in te houden dat de continuïteitsvergelijking voor de stromingen door den schrijver zonder meer buiten beschouwing is gelaten. Dit is op zich zelf niet nodig voor het opstellen van een analogie met elektrische problemen; deze kan in een vollediger vorm worden gegoten, wanneer men leidingsstelsels beziet, waarin capaciteiten een rol spelen, zoals gelijk vermeld bij kabelproblemen en ook bij vele andere vraagstukken het geval is.

Wil men zich echter met een beperkter vorm van analogie tevreden stellen, en daarbij een oordeel uitspreken omtrent

formule $\frac{1}{n} \sum \frac{Q}{bh^{3/2}} = f \sqrt{\frac{M}{l}}$. Dit mag, omdat in onze benedenrivieren de diepte h voor elk riviervak met het oog op de scheepvaart ongeveer constant wordt gehouden, terwijl ook de snelheid $v = \frac{Q}{bh}$ zooveel mogelijk constant moet zijn en dus ook $\frac{Q}{bh^{3/2}}$. LORENTZ moest werken met rivieren,

waarbij het profiel over de geheele lengte van het beschouwde vak onveranderd moest worden gedacht, dus met halfvormige riviervakken.

Het is professor BURGERS voorts ontgaan, dat ik de halfkwadratische wet, die Lorentz gebruikte, toetste aan stroommetingen en nog al eenige afwijking vond. Ik gebruikte deze halfkwadratische wet dan ook slechts voor theoretische doeleinden en baseerde mij uitsluitend op de kwadratische weerstandswet. Het maakt den indruk, dat prof. BURGERS van het op de praktijk betrekking hebbend gedeelte van mijn betoog de strékking is ontgaan. Immers al deze zaken werden toch reeds door mij vermeld.

Enige der volgende vragen en onderwerpen behandelde ik nog niet, of blijkbaar niet voldoende.

Wat is de regel ter bepaling van het teeken van M of T (voortplantingstijd)? Antw. Daar T een tijd is, is een T tusschen bv. 10:20 en 10:30 positief.

Snijden getijkrommen van niet te ver van elkaar gelegen stations elkaar nagenoeg steeds in één punt? Antw. Inderdaad, men zie b.v. de getijlijnen van het Cape Cod kanaal (Proc. Am. Soc. Civ. Eng. vol LXI, 1935).

Verandert het vermogen Q van een enkelvoudige getijrivier niet, indien benedenstrooms veranderingen worden aangebracht? Antw. Niet, indien de amplitude d.w.z. de komvulling der rivier nagenoeg niet verandert.

Was aan LORENTZ deze analogie bekend? Antw. LORENTZ en anderen bv. dr. KOOMANS hebben zonder twijfel wel gebruik gemaakt van de analogie tusschen water en electriciteit. Dat LORENTZ echter met „deze analogie“, d.w.z. met de door mij afgeleide en getoetste formules bekend was, is niet juist. Zou prof. BURGERS mij dit anders willen aantoonen?

Is de continuïteitsvergelijking buiten beschouwing gelaten? Antw. Inderdaad, omdat die voor het gestelde doel niet noodig is.

Kan de opgestelde analogie in vollediger vorm gegoten worden, wanneer getijrivieren als leidingen met capaciteiten bezien worden? Antw. Ik acht de mogelijkheid eener voortzetting der analogie in het algemeen zeker aanwezig, betwijfel echter of er met een capaciteitsformule bevredigende resultaten bereikt zullen worden, daar de capaciteit der rivier reeds voldoende in den trechtervorm, dus in de

formule $\frac{1}{n} \sum \frac{Q}{bh^{3/2}} = f \sqrt{\frac{M}{l}}$, tot uitdrukking komt.

Is de methode LORENTZ volkomen toegerust om de ter sprake gebrachte invloeden te analyseeren en daarbij allerlei details te leveren? Antw. Evenals prof. BURGERS heb ik groote achtung voor den persoon en het werk van LORENTZ; evenwel mag dit ons er niet van weerhouden te trachten de wetenschap, die nimmer stil staat, verder te brengen. Uit toetsingen aan een groot aantal metingen, die de metingen in de Zuiderzee in nauwkeurigheid overtreffen, en in aantal 10 à 50-voudig, is komen vast te staan, dat de methode LORENTZ, zelfs met de verbeteringen die ir. MAZUREK aanbracht, op de benedenrivieren slechts grove benaderingen geeft (zie VAN VREEN en DROKKERS in *De Ingenieur* nr. 50 van 1935). Bij de Directie Benedenrivieren wordt zij dan ook niet meer dan voor voorloopige, benaderende berekeningen gebruikt. THORNB, die op blz. 115 en 152 van zijn „Problemen der Wasserwellen“ verschillende methoden vergelijkt en op de hoogte was van de methode LORENTZ, stelt in 1931 ook terecht nog het probleem hoe een getijgolf in een rivier verecht voortgeplant (probleem 20). LORENTZ loste dit geheel niet op. Dat de methode LORENTZ „allerlei details“ zou geven, is

een misvatting, die feitelijk geen weerlegging behoeft, daar er slechts met enkelvoudige sinusgolven wordt gewerkt.

LORENTZ heeft wel nagegaan, wat er gebeurt wanneer de breedte van een kanaal verandert. Antw. Bedoeld wordt hier de plotselinge verandering van een ruime bakvormige rivier in een nauwe bakvormige. Daar dit in de praktijk natuurlijk niet voorkomt en het voor de theorie der elektrische methode geen nut heeft daarop in te gaan, behoeft dit probleem niet te worden beschouwd.

Een analogie, welke op bepaalde punten van de werkelijkheid afwijkt, doch waarbij men nochtans wil nagaan of de daarmede verkregen sterk geschematiseerde formules in de praktijk bruikbaar kunnen zijn, is weliswaar aanmerkelijk doch. Antw. Deze zin geeft een onjuiste voorstelling van zaken. De nagegane analogie wijkt niet op bepaalde punten van de werkelijkheid af, doch de getijstroomen wijken op verklaarbare wijze hier en daar van de electriciteitsleer af. Voornamelijk is dit een wortelteekenverschil.

Blijkbaar wordt hier de „werkelijkheid“ met de electriciteitsleer verward. De door mij afgeleide wetten zullen niet meer van de werkelijkheid afwijken dan die van OUM en KIRCHHOFF bij de electr. leer. Beide kunnen moeilijk „sterk geschematiseerd“ worden genoemd, omdat zij de grondbeginselen van de wisselstrooming in rivieren en leidingen goed aangeven.

Is de eigenlijke kern der getijbeweging aangeraakt? Antw. Voor ieder, die met de getijbeweging te doen heeft, zal het duidelijk zijn, dat, zooals de wetten van OUM en KIRCHHOFF fundamenteel zijn voor de berekening van de stroomen in een electrisch net, de analoge getijwetten dit zijn voor de getijtechniek van zeegeten en benedenrivieren. Zonder deze wetten kan men geen behoorlijk inzicht krijgen in de voortplanting van het getij in een net van geulen.

Kunnen de genoemde voordeelen boven de methode LORENTZ, die in alle opzichten van zooveel dieper doordenken doet blijken, worden aanyaard? Antw. Van de drie methoden, die thans bij Waterstaat in gebruik zijn, is de z.g. elektrische verreweg de snelste, terwijl het voor bepaalde gevallen, d.w.z. voor de gewoonlijk voorkomende, ook buitengewoon nauwkeurige uitkomsten geeft voor de stroomen. Hieruit moet men niet de conclusie trekken, dat daarmede de andere methoden veroordeeld zijn. Integendeel, nimmer zou ik aanraden een getijberekening uit te voeren op slechts één enkele manier. De elektrische methode vereischt ook zeker een aparte berekening voor de amplitude van het verticaal getij. (Voor een geval als de afdamming van de Botlek-Brielse Maas is de verandering niet meer dan omstreeks 2 em maximaal). De drie methoden vullen elkaar aan en al rekenende leert men de voor- en nadelen ervan kennen. Hinderlijk verschillende uitkomsten moeten verklaard kunnen worden. Het voordeel van de elektrische methode is vooral gelegen in de snelheid, waarmede resultaten worden verkregen. Daarom bewijst zij voor voorloopige berekeningen (en ook voor toetsende als de amplitude van het verticaal getij veel mocht veranderen) groote diensten. De exacte methode alleen kan voldoende rekenschap geven van details, doch heeft het nadeel nogal bewerkelijk te zijn. De methode Lorentz is eveneens een bewerkelijke en bovendien nog vrij onnauwkeurige berekeningswijze, die op de benedenrivieren feitelijk niet toegepast kan worden, zonder in vrij grove fouten te vervallen. Een en ander wijst de praktijk uit.

Dr. Ir. J. VAN VREEN.