206

9

206

RIJKSWATERSTAAT
DIRECTIE BENEDENRIVIEREN
AFD. Studiedienst

BESCHOUWINGEN OVER DE GELDIGHEID VAN DE

Wet van Stokes

Rapport No 14
oct. 1951 -14

Ir. P. Santema

BESCHOUWINGEN OVER DE GELDIGHEID VAN DE WET VAN STOKES.

INHOUD:

Lijst van de gebruikte tekens.

§ 1. Inleiding.

§ 2. Eerste voorwaarde.
De deeltjes moeten bolvormig zijn.

§ 3. Tweede voorwaarde.
De deeltjes moeten hard en glad zijn.

§ 4. Derde voorwaarde.
Er mag geen slip optreden tussen de deeltjes en de vloeistof.

§ 5. Vierde voorwaarde.
De deeltjes moeten bezinken in een vloeistof van oneindige uitgebreidheid.

§ 6. Vijfde voorwaarde.
Een constante bezinkingssnelheid moet bereikt zijn.

§ 7. Zesde voorwaarde.
De bezinkingssnelheid mag niet te groot zijn.

§ 8. Zevende voorwaarde.
In de betreffende vloeistof mag slechts één deeltje bezinken.

§ 9. Achtste voorwaarde.
De viscositeit van de vloeistof mag door de gesuspendeerde deeltjes slechts in een te verwaarlozen mate veranderen.

§10. Negende voorwaarde.
De invloed van de diffusie en van de electrische lading der deeltjes moet te verwaarlozen klein zijn.

§ 11. Tiende voorwaarde.
Bij het begin van de bezinking moet de vloeistof in rust zijn.

§ 12. Conclusies.

§ 13. Literatuuroverzicht.

LIJST VAN DE GEBRUIKTE TEKENS.

r	=	straal van een bolvormig korreltje in cm
r_a	=	aequivalentstraal van een gronddeeltje in cm
r_0	=	overeenkomstige straal van een gronddeeltje in cm
a, b, c	=	halve assen van een ellipsoïde in cm
ρ_a, ρ_c	=	grootheden die een functie zijn van $\frac{a}{c}$
k	=	afstand van een korreltje tot de bodem van het bezinkingsvat in cm
l	=	afstand van een korreltje tot de wand van het bezinkingsvat in cm
h	=	afstand van de bodem tot het deksel van een cylindrisch vat in cm
R	=	straal van het cylindrische bezinkingsvat in cm
v	=	snelheid van een korreltje t.o.v. de vloeistof in $cm. sec.^{-1}$
η	=	viscositeit van de vloeistof in $g.cm^{-1}.sec^{-1}$
ρ_1	=	dichtheid van de onderzochte grond in $g.cm^{-3}$
ρ_2	=	dichtheid van de vloeistof in $g.cm^{-3}$
ν	=	kinematische viscositeit van de vloeistof in $cm^2.sec^{-1}$
Re	=	getal van Reynolds = $\frac{v.r}{\nu}$
W	=	weerstand die een korreltje, dat t.o.v. een vloeistof beweegt, ondervindt in $g.cm.sec^{-2}$
C_w	=	weerstandscoëfficient uit de formule $W = C_w . \frac{1}{2} . \rho_2 . v^2 . F$
K	=	grootheid die een functie is van $\frac{a}{c}$
g	=	versnelling van de zwaartekracht in $cm.sec^{-2}$
e	=	grondtal van de natuurlijke logarithmen
ψ	=	graad van bolvormigheid

Par.1. INLEIDING.

Tot één van de belangrijkste opgaven van het bodemkundig onderzoek behoort het vaststellen van de korrelgrootte van de deeltjes waaruit de grond is samengesteld.

De meest verbreide methoden voor de bepaling van de korrelgrootte van kleine deeltjes bestaan daaruit, dat men de korreltjes in een vloeistof laat bezinken en uit de bezinkingssnelheid de korrelgrootte bepaalt. De klassieke formule, die het verband aangeeft tussen de valsnelheid en de korrelgrootte, is de formule van Stokes /1/.

De weerstand, die een vallende bol in een medium ondervindt, wordt door Stokes aangegeven als :

$$W = 6.\pi.r.\eta.v \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

waarin W = de weerstand in $g.cm/sec.^2$

r = de straal van de bol in cm

η = de viscositeit van het medium in g/cm.sec.

v = de valsnelheid van de bol in cm/sec.

Bij een eenparige beweging wordt het gewicht van de bol in het medium juist gelijk aan de weerstand, zodat :

$$6.\pi.r.\eta.v = 4/3.\pi.r^3.(\rho_1 - \rho_2).g$$

waaruit:

$$\boxed{v = 2/9.\ r^2.\ \frac{(\rho_1 - \rho_2).g}{\eta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2a)}$$

of

$$\boxed{r = \sqrt{\frac{9.v.\eta}{2(\rho_1 - \rho_2).g}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2b)}$$

hierbij is ρ_1 = de dichtheid van de bol in g/cm^3

ρ_2 = de dichtheid van de vloeistof in g/cm^3

g = de versnelling van de zwaartekracht in $cm/sec.^2$

De formule van Stokes is evenwel slechts geldig wanneer een aantal voorwaarden vervuld zijn, nl.:

1) de deeltjes moeten bolvormig zijn
2) de deeltjes moeten hard en glad zijn
3) er mag geen slip optreden tussen de deeltjes en de vloeistof
4) de deeltjes moeten bezinken in een vloeistof van oneindige uitgebreidheid
5) een constante valsnelheid moet bereikt zijn
6) de bezinkingssnelheid mag niet te groot zijn
7) in de betreffende vloeistof mag slechts één deeltje bezinken

8) de viscositeit van de vloeistof mag door de gesuspendeerde deeltjes slechts in een te verwaarlozen mate veranderen.
9) de invloed van de electrische lading der deeltjes moet te verwaarlozen klein zijn.
10) bij het begin van de bezinking moet de vloeistof in rust zijn.

De bovenstaande voorwaarden worden aan de hand van een literatuurstudie in deze verhandeling aan een nadere beschouwing onderworpen. Deze studie werd verricht t.b.v. het slibonderzoek bij de Rijkswaterstaat.

Par.2. EERSTE VOORWAARDE.
DE DEELTJES MOETEN BOLVORMIG ZIJN.

De afwijking van de bolvorm heeft een vrij aanzienlijke invloed op de bezinkingssnelheid van een korreltje.

De weerstand die cirkelvormige schijven en staafvormige lichaampjes bij een langzame beweging, onder overigens gelijke omstandigheden waaronder de wet van Stokes geldig is, ondervinden, is bepaald door Gans [2]. Zowel schijven als staafjes werden daarbij beschouwd als ellipsoïden met assen 2a, 2b, en 2c. Gans kwam tot de volgende formules voor de weerstand :

$$\left.\begin{array}{ll}\text{voor de snelste beweging} & : \quad W = \dfrac{6.\pi.\eta\, a.v}{\delta_a} \\ \text{voor de langzaamste beweging} & : \quad W = \dfrac{6.\pi.\eta\, a.v}{\delta_c}\end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots(3)$$

waarin δ_a en δ_c functies van $\frac{c}{a}$ zijn.

Om bolvormige en niet-bolvormige deeltjes te kunnen vergelijken heeft men de begrippen aequivalentstraal r_a en overeenkomstige straal r_o ingevoerd. De aequivalentstraal is de straal van een bolvormig deeltje, dat, onder overigens dezelfde omstandigheden, eenzelfde bezinkingssnelheid heeft als het gegeven deeltje en de overeenkomstige straal is de straal van een bol met dezelfde inhoud als het gegeven deeltje.

In tabel I zijn δ_a en δ_c en de verhouding $\frac{r_o}{r_a}$ als functie van $\frac{c}{a}$ voor de schijven en staven van Gans gegeven. Wanneer $\frac{r_o}{r_a} = 1$ geeft de wet van Stokes de grootte der deeltjes blijkbaar goed aan.

Uit tabel I blijkt dat het niet zo is, dat schijven op hun

TABEL I

$\frac{c}{a}$	Schijven $a = b > c$				Staven $a > b = c$			
	Snelste beweging		Langzaamste beweging		Snelste beweging		Langzaamste beweging	
	δ_a	$\frac{r_p}{r_a}$	δ_c	$\frac{r_p}{r_a}$	δ_a	$\frac{r_p}{r_a}$	δ_c	$\frac{r_p}{r_a}$
0,025	1.730	1.406	1.178	1.704	4.784	1.418	3.142	1.787
0,05	1.692	1.266	1.176	1.519	3.764	1.241	2.617	1.531
0,1	1.631	1.149	1.174	1.355	2.799	1.108	2.108	1.332
0,2	1.516	1.062	1.160	1.214	2.267	1.022	1.815	1.178
0,3	1.418	1.026	1.145	1.142	1.914	0.992	1.606	1.109
0,4	1.335	1.008	1.125	1.098	1.662	0.981	1.451	1.071
0,5	1.261	1.000	1.105	1.068	1.467	0.977	1.326	1.046
0,6	1.196	0.996	1.084	1.046	1.314	0.977	1.224	1.030
0,7	1.139	0.994	1.063	1.029	1.191	0.982	1.138	1.018
0,8	1.088	0.995	1.041	1.017	1.091	0.987	1.063	1.010
0,9	1.041	0.998	1.019	1.008	1.000	0.992	1.000	1.005
1,0	1.000	1.000	1.000	1.000		1.000		1.000

kent of staven in hun lengterichting altijd sneller zouden bezinken dan bollen.

Langs theoretische weg heeft Gans aangetoond, dat een deeltje de stand behoudt die het bij het begin van de beweging had, voorzover de bezinking langzaam geschiedt en de deeltjes niet zo klein zijn, dat ze tengevolge van de Brownse beweging geen bepaalde stand meer innemen. Voor grotere snelheden (dus grotere Re-waarden) heeft men waargenomen, dat de schijven zich direct horizontaal instellen en hiervoor heeft Oseen [2] afgeleid :

$$C_W = \frac{K}{Re}\left(1 + \frac{Re\sqrt[3]{\frac{a}{c}}}{2\pi}\right) \qquad (4)$$

waarin: C_W = de weerstandscoëfficient uit de formule $W = C_W \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho_2 \cdot v^2 \cdot F$

K = een grootheid die een functie is van $\frac{a}{c}$

$Re = \frac{r_a \cdot v}{\nu}$

De formules van Gans kunnen geschreven worden als :

$$C_W = \frac{K}{Re} \qquad (5)$$

Voor $\frac{a}{c}$ = 10 gaan de formules (4) en (5) over in $C_W = \frac{69,67}{Re}$ (1 + Re. 0,544) en $C_W = \frac{69,67}{Re}$. Hieruit volgt, dat de formules van Gans geldig blijven, zolang Re < ca $\frac{1}{10}$, d.w.z. zolang de korreltjes < ca 70 μ.

Voor zéér grote Re-waarden treden periodieke schommelingen in de stand van de deeltjes op.

Men heeft getracht de bovenstaande formules meer universeel bruikbaar te maken door het invoeren van het begrip : graad van bolvormigheid ψ., d.w.z. de verhouding van het oppervlak van een bol met dezelfde inhoud als het beschouwde deeltje en het werkelijke oppervlak van dat deeltje. Er zijn aanwijzingen, dat deeltjes met dezelfde ψ -waarde hetzelfde verband tussen C_w - en Re- waarden vertonen.

In de praktijk komen gronddeeltjes met een van de bolvorm afwijkende vorm veel voor. Zo zijn deeltjes bestaande uit kleimineralen vaak plaatvormig. Wanneer we aannemen dat de verhouding $\frac{a}{c}$ voor deze plaatjes 40 is, dan is voor deze plaatvormige fractie de gemiddelde verhouding $\frac{r_0}{r_a}$ ca $\frac{1,704 + 1,406}{2}$ = 1,555 (zie tabel I).

Nu bestaat een grondmonster niet uitsluitend uit plaatvormige deeltjes, zodat als gemiddelde voor een grondmonster voor de verhouding $\frac{r_0}{r_a}$ bv. 1,25 kan worden aangenomen. Dit betekent, dat wanneer volgens de wet van Stokes korrelgroottes van 50, 25, 16, 8, 4, 2 en 1 μ berekend zijn, de gemiddelde doorsnede 62.5, 31.2, 20, 10, 5, 2.5 en 1.25 μ kan zijn.

Voor een juistere interpretatie van de korrelgroottes volgens de wet van Stokes zou men een overzicht moeten hebben van de verdeling der ψ -waarden in een grondmonster. Tot op heden ontbreekt een dergelijk overzicht.

Par.3. TWEEDE VOORWAARDE.
DE DEELTJES MOETEN HARD EN GLAD ZIJN.

Bij grondonderzoek betreft het meestal minerale deeltjes die zonder meer hard zijn te noemen. Anders wordt dit wanneer men te doen heeft met organische stoffen en gecoaguleerde fijne deeltjes. Wenst men in de eerste plaats het sedimentatieproces te bestuderen, dan voert men ook hier het begrip aequivalentstraal in. Wil men daarentegen de werkelijke korrelsamenstelling der grond leren kennen, dan moet eerst de organische stof uit het grondmonster verwijderd worden en de gecoaguleerde toestand der fijne deeltjes worden opgeheven.

De voorwaarde, dat de deeltjes glad moeten zijn is zeker niet vervuld; ook hier komt het begrip aequivalentstraal te hulp. De resultaten van enkele experimenten duiden er evenwel op, dat het niet glad zijn der deeltjes weinig invloed heeft op de bezinkingssnelheid.

Par.4. DERDE VOORWAARDE.
ER MAG GEEN SLIP OPTREDEN TUSSEN DE DEELTJES EN DE VLOEISTOF.

Slip treedt op bij ideale vloeistoffen, waarbij overgang van een vast lichaam naar de vloeistof een willekeurige snelheidsverandering mogelijk is. Bij de vloeistoffen, die bij de korrelgrootte-bepaling worden gebruikt, vindt volledige bevochtiging van het oppervlak van het vaste lichaam plaats en is de bovenbedoelde snelheidsverandering continue, zodat van slip geen sprake is.

Iets anders ligt de zaak bij gasvormige media; de grootte van de invloed van eventueel optredende slip dient hier nog nader te worden bepaald.

Par.5. VIERDE VOORWAARDE.
DE DEELTJES MOETEN BEZINKEN IN EEN VLOEISTOF VAN ONEINDIGE UITGEBREIDHEID.

Deze voorwaarde eist blijkbaar dat de beweging van de deeltjes niet beïnvloed mag worden door de begrenzingen van de vloeistof.

De formules, die ontwikkeld zijn om de invloed van die begrenzingen op de beweging van een deeltje na te gaan, gelden alle voor overigens dezelfde voorwaarden, waaronder ook de wet van Stokes geldig is.

De invloed van een wand op een afstand l van het middelpunt van het bolvormig deeltje komt tot uiting in de volgende, door Faxén [3] afgeleide formule:

$$W = \frac{6.\pi.\eta.r.v}{1-3/8.Re - \frac{9}{16}.\frac{r}{l}.f\left(Re.\frac{l}{r}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

waarin $Re = \frac{v.r}{\nu}$

Wanneer $\frac{Re.l}{r}$ zeer klein is, gaat deze formule over in de volgende uitdrukking, die ook door Lorentz [4] werd afgeleid :

$$W = \frac{6.\pi.\eta.r.v}{1-\frac{9}{16}.\frac{r}{l}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

Lorentz heeft, uitgaande van de Stokese vergelijkingen, ook de invloed nagegaan, die een wand loodrecht op de bewegingsrichting van het sedimenterende deeltje, uitoefent. Als k de afstand van de bodem van een vat tot het middelpunt van het bolvormige deeltje voorstelt komt hij tot de volgende uitdrukking :

$$W = 6.\pi.\eta.r.v\left(1+\frac{9}{8}.\frac{r}{k}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

Wordt $Re.\frac{l}{r}$ groot dan wordt de invloed van de wand zeer klein en gaat de formule van Faxén over in :

$$W = \frac{6.\pi.\eta\ r.v}{1 - \frac{3}{8}\ Re} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

Deze formule komt overeen met de weerstandsformule van Oseen; Faxén is bij de afleiding van zijn formules dan ook uitgegaan van de vergelijkingen van Oseen (zie voorwaarde 6).

De bovenstaande formules zijn slechts geldig wanneer l en k klein zijn t.o.v. de diameter van het bezinkingsvat.

Ladenburg [5] heeft, uitgaande van de Stokese vergelijkingen, de invloed nagegaan van de wand, de bodem en het deksel van een cylindrisch vat op een bolletje dat zich in de as van de cylinder bevond. Als R de straal van het cylindrische vat en h de afstand van het deksel tot de bodem voorstelt wordt de weerstand gegeven door :

$$W = 6.\pi.\eta.r.v\ (1 + 2{,}4\ \frac{r}{R})\ (1 + 3{,}3\ \frac{r}{h}) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

Uit metingen van Schmiedel is gebleken, dat de invloed van een vrije waterspiegel zeer gering is en verder dat, binnen het geldigheidsbereik, de formules van Lorentz goed met de werkelijkheid overeenstemt.

Wanneer men aanneemt dat de invloed van een zijwand van een bezinkingsvat hoogstens 2% van de bezinkingssnelheid van een deeltje volgens de wet van Stokes mag bedragen, is b.v. met de formule van Lorentz na te gaan hoe groot de afstand tot die wand dan moet zijn. Tevens is dan na te gaan welk percentage de doorsnede, waarin de invloed van de wand meer dan 2% van de bezinkingssnelheid volgens de wet van Stokes bedraagt, uitmaakt van de totale doorsnede van een cylindrisch vat. Een dergelijke berekening is uitgevoerd in tabel II.

TABEL II.

$l_{2\%}$ in cm	r_{korrel} in cm	Straal van de bezinkingscylinder in cm										
		0,5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		fout in %										
0,0014	0,00005	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
0,0028	0,0001	1,1	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
0,0056	0,0002	2,2	1,1	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
0,01	0,0004	4,0	2,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
0,02	0,0008	7,8	4,0	2,0	1,3	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
0,04	0,00125	15,4	7,8	4,0	2,6	2,0	1,6	1,3	1,1	1,0	1,0	1,0
0,06	0,0025	22,6	11,6	5,9	4,0	3,0	2,4	2,0	1,7	1,5	1,3	1,2

Wanneer men als voorwaarde stelt, dat het bovenbedoelde percentage ook niet meer dan 2% mag bedragen, dan blijkt uit tabel II dat voor korreldiameters van 50, 25, 16, 8, 4, 2 en 1 μ cylinders moeten worden gebruikt met een diameter van minimaal 12, 8, 4, 2, 1, $<$1, $<$1 cm. Opgemerkt dient te worden dat de bovengestelde voorwaarde wel heel zwaar is, zodat in de praktijk wel met iets kleinere diameters zou kunnen worden volstaan.

De invloed van de bodem en de vloeistofspiegel is bij de gebruikelijke methoden van korrelgrootte bepaling te verwaarlozen, gezien het volume van de gebruikte vaten. Bij de pipetmethode wordt de concentratie op voldoende diepte onder de vloeistofspiegel en op voldoende hoogte boven de bodem bepaald; voor deeltjes met doorsneden tot 2 μ mag de concentratie zelfs bepaald worden op 1 cm onder de vloeistofspiegel.

Par. 6. VIJFDE VOORWAARDE.

EEN CONSTANTE BEZINKINGSSNELHEID MOET BEREIKT ZIJN.

De differentiaalvergelijking voor een bol, die in een visceuse vloeistof aan de werking van het zwaartekrachtsveld onderworpen is, kan geschreven worden als :

$$4/3.\pi.r^3.\,(\rho_1 + \tfrac{1}{2}.\rho_2).\,\frac{dv}{dt} = 4/3.\pi.r^3\,(\rho_1 - \rho_2).g - 6.\pi.\eta.r.v \quad \ldots\ldots\ldots(11)$$

opgelost :

$$v = v_{Stokes}\,\left(1 - e^{\frac{-9.\eta}{2\,r^2\,(\rho_1 + \frac{1}{2}\rho_2).g}\,.t}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(12)$$

waarin $v_{Stokes} = \dfrac{2/9.r^2\,(\rho_1 - \rho_2).g}{\eta}$

Op grond van de door Lord Rayleigh [6] afgeleide weerstandsformule voor een bol in een visceuse vloeistof is hierbij de massa van de versnelde vloeistof gelijk gesteld aan de helft van de massa van de verdrongen vloeistof. De bovenstaande afleiding werd voor het eerst gegeven door Weyssenhoff [7].

Verwaarloost men de versnellingsterm voor de verdrongen vloeistof, dan wordt de oplossing van vergelijking (11)

$$v = v_{Stokes}\,\left(1 - e^{\frac{-9.\eta}{2.r^2.\rho_1.g}\,.t}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(13)$$

Deze oplossing werd aangegeven door Saxer [8].

Met de bovenstaande formules is dus te berekenen hoe groot het tijdsverloop is voordat v b.v. 99% of 99,99% van v_{Stokes} is.

Het resultaat van een zodanige berekening staat vermeld in de onderstaande tabel III.

TABEL III.

r in cm	$\frac{v_{Stokes} - v}{v_{Stokes}} = 0{,}01$		$\frac{v_{Stokes} - v}{v_{Stokes}} = 0{,}001$		$\frac{v_{Stokes} - v}{v_{Stokes}} = 0{,}0001$	
	formule 11	formule 13	formule 11	formule 13	formule 11	formule 13
0,1	3,2 sec	2,7 sec	4,8 sec	4,05 sec	6,5 sec	5,4 sec
0,01	0,032	0,027	0,048	0,040	0,065	0,054
0,001	0,00032	0,00027	0,00048	0,00040	0,00065	0,00054
	kwartsbolletjes in water van 20° C.					

Men ziet dat kwartsbolletjes van 200 μ diameter reeds na 0.065 sec een snelheid bereikt hebben, die slechts 0,01% afwijkt van de snelheid volgens de wet van Stokes.

Par.7. ZESDE VOORWAARDE.

DE BEZINKINGSSNELHEID MAG NIET TE GROOT ZIJN.

Wanneer de bezinkingssnelheid te groot wordt, mag men de invloed van de traagheidstermen in de hydrodynamische grondvergelijkingen niet meer verwaarlozen. De wet van Stokes is echter afgeleid uit de veronderstelling, dat de viscositeit van de vloeistof alleen alle weerstand levert, die een bolletje tijdens het bezinken ondervindt. Het is duidelijk, dat de wet van Stokes slechts tot een bepaalde Re- waarde geldig is, daar het getal van Reynolds een maat is voor de verhouding van traagheidskrachten en visceuse wrijvingskrachten.

Door Oseen [9] is uit de hydrodynamische grondvergelijkingen een formule afgeleid, die voor grotere Re- waarden geldig is, nl.:

$$W = 6.\pi.r.\eta.v\,(1 + \tfrac{3}{8}\,Re) \qquad (14a)$$

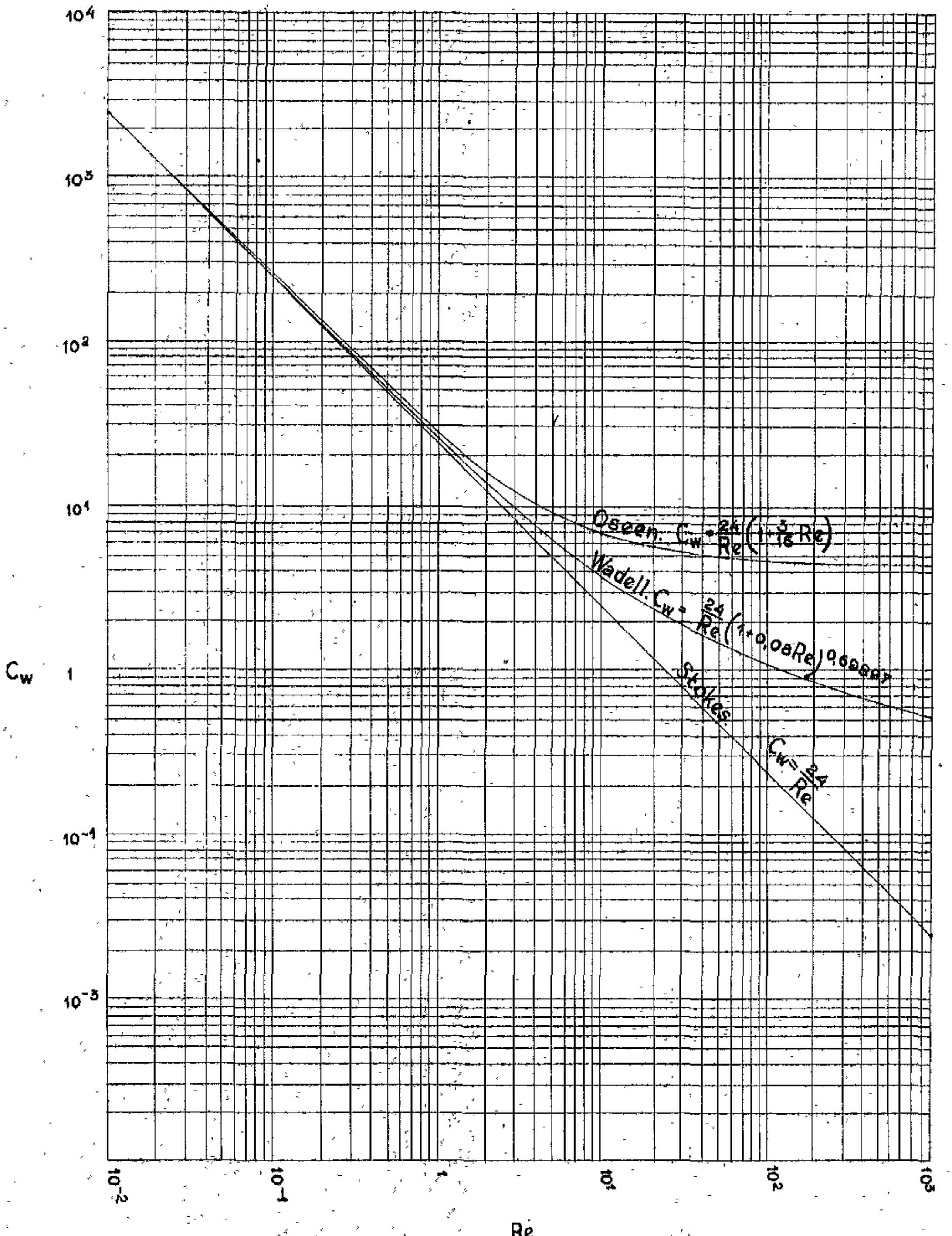
of $$C_W = \frac{12}{Re}\,(1 + \tfrac{3}{8}\,Re) \qquad (14b)$$

waarin $Re = \frac{v.r}{\nu}$.

Wadell [2] heeft uit een groot aantal experimentele gegevens de volgende empirische formule afgeleid :

$$C_W = \frac{12}{Re}\,(1 + 0{,}08\,Re)^{0{,}69897} \qquad (15)$$

Het blijkt dat de wet van Stokes kan worden toegepast tot Re - waarden $<$0,2 (d.w.z. deeltjes $<70\,\mu$ in water van 20° C); de formule van Oseen mag worden toegepast voor Re- waarden tot 1,2 (d.w.z. deeltjes tot 120 μ in water van 20° C) en voor nog grotere Re- waarden, tot 10.000 toe, kan men de formule van Wadell gebruiken. Zie fig. 1



10^4
10^3
10^2
10^1
1
10^{-1}
10^{-3}
C_w
Oseen. $C_w = \frac{24}{Re}\left(1+\frac{3}{16}Re\right)$
Wadell. $C_w = \frac{24}{Re}\left(1+0{,}08Re\right)^{0{,}69897}$
Stokes.
$C_w = \frac{24}{Re}$
10^{-2}
10^{-1}
1
10^1
10^2
10^3
Re.

FIG. 1.

Par.8. ZEVENDE VOORWAARDE.

IN DE BETREFFENDE VLOEISTOF MAG SLECHTS EEN KORRELTJE BEZINKEN.

De wet van Stokes geldt feitelijk slechts indien zich één deeltje in de vloeistof bevindt.

In een suspensie van 20 g/l (s.g. van de grond 2,65) is de afstand van de korreltjes, wanneer deze als bollen met stralen r worden voorgesteld, gelijk aan 8,25 r; op deze afstand is de invloed van de wand reeds merkbaar.

Schmoluchowski heeft de beweging onderzocht van twee bolvormige deeltjes in een vloeistof. Het blijkt dat door de aanwezigheid van het tweede deeltje de gemiddelde bezinkingssnelheid van de beide deeltjes iets wordt vergroot [2].

Uit contrôle-metingen is gebleken dat de bovengenoemde invloed zeer klein is en dat het b.v. geen verschil maakt of uitgegaan wordt van suspensies met 10 dan wel met 30 g vaste deeltjes per l vloeistof.

Par.9. ACHTSTE VOORWAARDE.

DE VISCOSITEIT VAN DE VLOEISTOF MAG DOOR DE GESUSPENDEERDE DEELTJES SLECHTS IN EEN TE VERWAARLOZEN MATE VERANDEREN.

Door de aanwezigheid van gesuspendeerde deeltjes is de viscositeit van de suspensie groter dan die van de oorspronkelijke vloeistof. Dit verschil is echter zo klein, dat het bij concentraties kleiner dan 20 à 30 g vaste deeltjes per liter verwaarloosd kan worden [2].

Peptisatoren worden meestal in dergelijke kleine concentraties aan suspensies toegevoegd, dat ze de viscositeit niet merkbaar beïnvloeden.

Par. 10. NEGENDE VOORWAARDE.

DE INVLOED VAN DE DIFFUSIE EN VAN DE ELECTRISCHE LADING DER DEELTJES MOET TE VERWAARLOZEN KLEIN ZIJN.

Treedt diffusie op dan ondervinden de korreltjes niet alleen de invloed van de zwaartekracht en de weerstand maar ook van de diffusiekracht (die tegengesteld aan de zwaartekracht werkt).

Uit onderzoekingen van Berg [2] is gebleken, dat de bepaling van concentraties van de verschillende fracties in het veld van de zwaartekracht kan worden voortgezet, zonder rekening te houden met de diffusie, tot een korrelgrootte van minimaal 30 mμ , mede in verband met het relatief geringe gehalte aan deze uiterst fijne fracties bij grondmonsters.

Berg onderzocht dezelfde stoffen zowel in het veld van de zwaartekracht als in een centrifugaalveld en vond tot de grens van 30 mμ dezelfde resultaten. In het eerste geval was de bezinkingstijd zo lang, dat de diffusie zich geheel heeft kunnen instellen; in het laatste geval was de bezinkingstijd daartoe te kort.

Wat de invloed van de electrische lading betreft kan worden opgemerkt, dat, wanneer de concentratie van de peptisator niet te klein is, de invloed van de lading te verwaarlozen is voor deeltjes tot een doorsnede van 20 mμ .

Dit probleem is speciaal onderzocht door Schmoluchowski [2] en Svedberg en Pedersen [10].

Voor een meer diepgaande behandeling van deze voorwaarde, betreffende de diffusie en de electrische lading der deeltjes, zij verwezen naar de literatuur [10].

Par.11. TIENDE VOORWAARDE.

BIJ HET BEGIN VAN DE BEZINKING MOET DE VLOEISTOF IN RUST ZIJN.

Bij de meeste methoden van korrelgrootte-analyse moet het grondmonster eerst worden gehomogeniseerd, waarna de suspensie enige tijd moet staan, alvorens op een bepaalde diepte onder de vloeistofspiegel de concentratie van de suspensie wordt bepaald. Alleen wanneer de bezinkingstijd voldoende lang is en dus de invloed van de in het begin optredende vloeistofstromingen klein is geworden, zijn voldoend juiste resultaten te behalen.

Onderzoekingen van dr Hooghoudt [2] duiden er op, dat men met de pipetmethode, waarbij in een cylinder van 6 cm diameter en een inhoud van 1 liter op 20 cm onder de vloeistofspiegel wordt gepipetteerd, nog goede resultaten kan bereiken met korreltjes van maximaal 30 μ diameter.

Bij de methoden van Kopecky en Schöne werkt men met stromende vloeistof. Ook dan gaat de wet van Stokes nog wel op, mits de stroming laminair is. In het wijde vat van het apparaat van Kopecky is de stroming zeker niet overal laminair, maar desondanks worden met dit instrument zeer bevredigende resultaten bereikt [8].

Is de temperatuur van de suspensie niet voldoende constant, dan ontstaan convectiestromen die vooral voor de fijnere fracties (kleiner dan 2 μ) iedere korrelgrootte-bepaling onmogelijk maken. De temperatuur heeft ook invloed op de viscositeit van de vloeistof, die bij toepassing van de wet van Stokes verondersteld wordt constant te zijn. Bij elke korrelgrootte-analyse moet dus gezorgd worden voor een voldoend constante temperatuur.

Par.12. CONCLUSIES.

De bij de korrelgrootte-analyse veelal gebruikte formule van Stokes is slechts geldig, wanneer aan bepaalde voorwaarden is voldaan. Deze voorwaarden werden in de voorgaande §§ 2 t/m 11 besproken.

De punten waarop speciaal gelet moet worden bij de toepassing van de wet van Stokes zijn :

1e. de wet van Stokes heeft betrekking op bolvormige deeltjes; past men deze wet ook toe op niet-bolvormige deeltjes dan berekent men een zgn. aequivalentstraal. De invloed van het niet bolvormig zijn der deeltjes, uitgedrukt in de verhouding van overeenkomstige straal : aequivalentstraal, kan aanzienlijk zijn (zie § 2).

2e. om de invloed van de wanden van het bezinkingsvat op het sedimentatieproces te kunnen verwaarlozen, is het meestal voldoende dat het vat een diameter heeft van minimaal 6 cm. Gezien het volume van de gebruikte vaten is de invloed van de bodem en de vloeistofspiegel te verwaarlozen. Voor deeltjes met doorsneden tot 2 μ, mag, bij de pipetmethode, de concentratie bepaald worden op 1 cm onder de vloeistofspiegel. (zie § 5).

3e. de wet van Stokes is slechts geldig voor Re- waarden tot 0,2, d.w.z. tot korreldiameters van 70 μ. Voor Re- waarden tot 1,2 (diameters van 70 - 120 μ) mag de formule van Oseen nog worden toegepast en voor hogere Re- waarden de formule van Wadell (zie § 7).

4e. de bepaling van de concentraties van de verschillende fracties in het veld van de zwaartekracht kan worden voortgezet, zonder rekening te houden met de diffusie, tot een korrelgrootte van minimaal 30 mμ, mede in verband met het relatief geringe gehalte aan deze uiterst fijne fracties bij grondmonsters. De invloed van de electrische lading der deeltjes is nihil, wanneer de peptisator in voldoende concentratie is toegevoegd (zie § 9).

5e. de voorwaarde, dat de vloeistof bij het begin van de bezinking in rust moet zijn, leidt o.a. bij de pipetmethode tot beperking van de korrelgrootte waarvoor de methode nog geschikt is (maximaal 30 μ in cylinders met 6 cm diameter en 1 liter inhoud). De bij de methoden van Kopecky en Schöne optredende storingen van de laminaire toestand beperken de bruikbaarheid van deze methoden niet (zie § 10).

6e. het is van groot belang, dat de analyses worden uitgevoerd bij een constante temperatuur (zie § 10).

's-Gravenhage, October 1951.

P. [signature]

Par.13. LITERATUUROVERZICHT.

1. G.G. Stokes.
   Trans. Cambr. Phil. Soc. 8, 1845 en 9, 1851.
   Math. and Physic. Papers 1 en 3.

2. Dr S.B. Hooghoudt.
   Voordracht gehouden op 9 Juli 1943.

3. H. Faxén.
   Ann. Physik, 63, 1920.
   Dissertatie, Uppsala, 1921.

4. H.A. Lorentz.
   Abh. über theor. Physik I, 1906.

5. R. Ladenburg.
   Ann. Physik, 22, 1907 en 23, 1907.

6. Lord Rayleigh.
   Phil. Mag., 21, 1911.

7. J. Weyssenhoff.
   Ann. Physik, 62, 1920.

8. H. Gessner.
   Die Schlammanalyse, Leipzig, 1931.

9. C.W.Oseen.
   Arkiv Mat. Astrom. och Fysik, 6, nr 29, 1910.
   7, nr 9-12, 1911.
   9, nr 16, 1913.

10. The Svedberg, Pedersen.
    Die Ultrazentrifuge, Leipzig/Dresden, 1940.