werd opgemerkt schattenderwijs. Meestal kan echter de schematisatie gecontroleerd worden door, uitgaande van het gekozen schema, eerst een door metingen voldoend bekende getijbeweging na te rekenen. Stemt de berekening dan voldoende met de werkelijkheid overeen, dan neemt men aan, dat het gekozen schema juist is.

4. Randvoorwaarden.

(voor de figuren zie bijl. 5).

Wanneer men voor een bepaald geulenstelsel een getijberekening wenscht uit te voeren moet dit stelsel eerst, zooals we zagen, vervangen worden door een aantal aaneensluitende kanaalvakken, ieder met een constante breedte en diepte. Door deze schematisatie van het beschouwde stelsel zijn dan de profielsgrootheden bekend welke, vak voor vak, gesubstitueerd moeten worden in de differentiaalvergelijkingen waaraan de waterbeweging welke we gaan berekenen moet voldoen. In hoofdstuk 2 zagen we dat deze differentiaalvergelijkingen onderscheiden worden in een continuïteitsvergelijking en een bewegingsvergelijking, terwijl de vorm, met name van de bewegingsvergelijking, afhankelijk is van de methode welke bij de berekening gevolgd zal worden. Men noemt deze vergelijkingen de uitgangsvergelijkingen.

Zijn de profielsgrootheden en de uitgangsvergelijkingen vastgesteld, dan kan algemeen de voortplanting door het geschematiseerde geulenstelsel van een aan de grenzen van het beschouwde gebied optredende waterbeweging berekend worden. Opdat een speciaal getijprobleem als zoodanig eenduidig bepaald is, moet van deze waterbeweging dan nog voldoende gegeven zijn. Hiertoe dienen de z.g. randvoorwaarden welke naast de uitgangsvergelijkingen en de profielsgrootheden ieder getijprobleem beheerschen.

Door de uitgangsvergelijkingen op te lossen wordt de getijbeweging in het beschouwde gebied bepaald, maar deze oplossing is pas mogelijk als de randvoorwaarden gegeven zijn.
Het volgende voorbeeld maakt dit duidelijk:
We beschouwen een oneindig lang rechthoekig kanaal met breedte b en diepte H. We willen nu de waterbeweging berekenen welke
Fig. 22. zich in dit kanaal (fig. 22) van A naar C voortplant en gaan hierbij uit van de volgende vergelijkingen:

$$\frac{\partial s}{\partial x} = - b \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad \text{(cont.verg.)} \qquad 7.$$

en

$$\frac{\partial s}{\partial t} = - b.g.H.\frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \text{(bew.verg.)} \qquad 8.$$

We verwaarloozen dus zoowel den weerstand als ook de verandering van de waterdiepte. Wanneer nu bij A een waterbeweging waargenomen wordt van den algemeenen vorm $\eta = F(t)$ en $s = \varphi(t)$, dan zal, indien w de voortplantingssnelheid van de beweging is, in het punt B op een afstand l van A de waterbeweging voorgesteld kunnen worden door $\eta_l = F(t - \frac{l}{w})$ en $s_l = \varphi(t - \frac{l}{w})$. Doordat de beweging verondersteld wordt weerstandsloos te zijn en in het kanaal geen verwijdingen of vernauwingen voorkomen waardoor interferentie zou ontstaan, ondergaat de bewegingsvorm bij haar voortplanting geen verandering.

Wanneer we de functies $F(t - \frac{x}{w})$ en $\varphi(t - \frac{x}{w})$ bepaald hebben, is de waterbeweging in het kanaal volkomen bekend. Nu zijn er echter oneindig veel functies aan te geven welke aan de uitgangsvergelijkingen 7 en 8 voldoen. Om de gedachten te bepalen laten we er hier eenige volgen:

1. $F(x,t) = a(t - \frac{x}{w})$, $\varphi(x,t) = wba(t - \frac{x}{w})$.
2. $F(x,t) = a \ln(t - \frac{x}{w})$, $\varphi(x,t) = wba \ln(t - \frac{x}{w})$.
3. $F(x,t) = a\,e^{n(t - \frac{x}{w})}$, $\varphi(x,t) = a\,e^{n(t - \frac{x}{w})}$.
4. $F(x,t) = a \cos.n(t - \frac{x}{w})$, $\varphi(x,t) = a \cos n(t - \frac{x}{w})$.

Het probleem is dus pas oplosbaar wanneer de functies $F(t)$ en $\varphi(t)$ bekend zijn, d.w.z. de waterbeweging in den mond van het kanaal gegeven is. In ons eenvoudige voorbeeld, waar we niet met wrijving of met interferentie te maken hebben, is het voldoende wanneer alleen $F(t)$ òf $\varphi(t)$ gegeven is, daar de andere functie dan uit de uitgangsvergelijkingen bepaald kan worden. Eén randvoorwaarde is dus hier reeds voldoende om het vraagstuk eenduidig oplosbaar te maken. Gaat het hierbij om de benadering van een getijbeweging, welke een sinusoidaal karakter heeft, dan zal de randvoorwaarde gegeven zijn in den vorm van een cosinusfunctie (4).
In de praktijk is het probleem steeds gecompliceerder, in de eerste plaats omdat men dan van een minder eenvoudige bewegingsvergelijking uit moet gaan en voorts omdat men dan met een ingewikkelder geulenstelsel te maken heeft. Afhankelijk van de vertaktheid van het stroomstelsel zullen dan minstens twee randvoorwaarden moeten zijn gegeven. Algemeen geldt hierbij dat het aantal randvoorwaarden gelijk moet zijn aan het aantal zeemonden + het aantal bovenrivieren dat tot het beschouwde stelsel behoort.

Wanneer een getijbeweging op een rivierenstelsel berekend moet worden komt als randvoorwaarde, behalve de horizontale en vertikale getijbeweging op één of meer plaatsen, ook de als constant te beschouwen opperwaterafvoer S van de bovenrivier in aanmerking op een punt rivieropwaarts, waar de getijbeweging praktisch uitgedempt is. In dat punt is dan tevens de waterhoogte als constante te beschouwen.

Ter verduidelijking worden de verschillende mogelijke randproblemen door de volgende voorbeelden geillustreerd:

1. Gevraagd de getijbeweging te bepalen in een doodloopende
Fig. 23. geul (fig. 23).
Daar de stroom bij B nul is, kan deze omstandigheid als een der twee benoodigde randvoorwaarden gelden. De tweede is dan b.v. het vertikale getij in A.

2. Gevraagd de getijbeweging te bepalen in een verbindings-
Fig. 24. geul tusschen twee zeegaten A. en B. (fig. 24).
Als randvoorwaarden komen hier de verschillende combinaties van h_a, s_a, h_b en s_b in aanmerking. In de praktijk zal hier meestal het vertikale getij in de monden gegeven zijn, dus h_a en h_b.

3. Gevraagd de getijbeweging op een benedenrivier.
Fig. 25. Is bij B (fig. 25) het getij uitgedempt, dan is de stroom constant en gelijk aan den opperwaterafvoer, S. Ook de waterhoogte is hier als constant te beschouwen. In de praktijk zullen hier meestal als randvoorwaarden gegeven zijn h_a en S, dus de opperwaterafvoer en het vertikale getij aan den riviermond.

Meestal komen combinaties van de genoemde drie gevallen voor; zoo is b.v. het getijprobleem dat door Lorentz behandeld werd als een combinatie van 1 en 2 te beschouwen en een getijberekening voor de Westerschelde als een combinatie van 1 en 3 (de Schelde is bij Gentbrugge afgesloten).

Ieder getijprobleem dat bij ons voor kan komen zal uiteindelijk beheerscht worden door de waterbeweging op de Noordzee, terwijl bij alle problemen welke de benedenrivieren betreffen de opperwaterafvoeren van Waal, Rijn en Maas als randvoorwaarden kunnen optreden.

In het navolgende zullen verschillende factoren welke bepalend zijn voor de randvoorwaarden nader beschouwd worden.

a. Astronomische getijden.

De astronomische getijden vinden hun oorsprong in de krachten welke de aarde haar baan doen beschrijven. De resultante van deze krachten is in verschillende punten van de aarde verschillend van richting en grootte, waardoor periodieke vervormingen ontstaan. De "getijbeweging" welke hierdoor in de vaste aardkorst opgewekt wordt, laten we hier dan verder buiten beschouwing en bepalen ons alleen tot het water dat haar bedekt. Strikt genomen is echter de getijbeweging welke aan de peilschalen waargenomen wordt een superpositieverschijnsel van de bewegingen van de aardkorst en van het water.

Ieder punt op aarde is onderhevig aan de volgende krachten:

1. De aantrekkingskracht van de aarde.
2. De aantrekkingskracht van de maan.
3. De aantrekkingskracht van de zon.
4. De centrifugaalkracht tengevolge van de rotatie der aarde om haar as.
5. De centrifugaalkracht, welke ontstaat doordat de aarde een baan beschrijft.

De onder 1 en 4 genoemde krachten zijn de belangrijkste en vormen tezamen praktisch de zwaartekracht. Hoewel mede door de zwaartekracht de getijbeweging opgewekt wordt, is zij voor deze beweging niet specifiek vergeleken met andere op aarde voorkomende bewegingstoestanden en men rekent haar dan ook niet tot de eigenlijke getijverwekkende kracht. Deze wordt veroorzaakt door de resultante van de aanzienlijk kleinere onder 2, 3 en 5 genoemde krachten en we zullen ons in het volgende tot deze laatsten bepalen.

Ter vereenvoudiging denken we ons eerst de zon en haar invloed op de aarde weg en beschouwen alleen het stelsel dat gevormd wordt door aarde en maan. We veronderstellen verder dat de maan een cirkelvormige baan om de aarde beschrijft,
Fig. 26. welke in het aequatorvlak ligt. In fig. 26 is dit stelsel voorgesteld, waarbij echter niet van de juiste verhoudingen uitgegaan is. De bijgevoegde maten komen echter overeen met de werkelijkheid. Het punt S stelt het zwaartepunt van het stelsel voor. Onder den invloed van de krachten welke dit stelsel beheerschen draait de aarde in een maand om dit gemeenschappelijk zwaartepunt, zonder dat zij zich hierbij om zichzelf draait, wanneer we de dagelijksche rotatie om haar
Fig. 27. as uitschakelen. In fig. 27 blijft dan b.v. de lijn $P_1 - P_2$ steeds parallel aan dezelfde richting in de ruimte. Ieder punt van de aarde beschrijft bij deze beweging een cirkel met een straal van 4800 km. (afstand M-S in fig. 27) en daaruit volgt dat alle punten der aarde bij deze beweging dezelfde centrifugaalkracht ondervinden.

De kracht waarmede zij hierbij door de maan aangetrokken worden is echter verschillend en afhankelijk van den stand van de
Fig. 28. maan ten opzichte van de aarde. In fig. 28 zijn voor een punt aan de oppervlakte van de aarde deze twee krachten geteekend en is hun resultante bepaald. Deze resultante K nu is de getijverwekkende kracht. Bepaalt men op gelijke wijze voor ieder punt van den in fig. 28 voorgestelden aequatoromtrek de getijverwekkende kracht bij een bepaalde stand van de maan, dan
Fig. 29. vindt men het in fig. 29 voorgestelde krachtveld. In het bij-

zonder vallen hierbij op de punten A, waar de kracht tangentieel en de punten P en D, waar de kracht radiaal is. De krachten P_1 en P_2 zijn tegengesteld van richting en nagenoeg gelijk.

Terwijl in M de centrifugaalkracht gelijk is aan de aantrekkingskracht van de maan, immers het stelsel maan-aarde is in evenwicht, is de centrifugaalkracht in P_1 grooter en in P_2 kleiner dan deze kracht, vandaar de tegengesteld gerichte pijlen. Daar het Punt P_1 nagenoeg 61 aardstralen en het punt P_2 ongeveer 59 aardstralen van de maan verwijderd is, verhouden zich de aantrekkingskrachten van de maan in P_1 en P_2 als

$$\frac{\frac{1}{60^2} - \frac{1}{61^2}}{\frac{1}{59^2} - \frac{1}{60^2}}.$$

Het verschil tusschen beide krachten bedraagt dus niet meer dan 5% van hun gemiddelde en kan bij onze beschouwing verwaarloosd worden, zoodat we de krachten in P_1 en P_2 even groot veronderstellen, maar in tegengestelde richting werkend. De in de figuur voorgestelde krachten verhouden zich wat hun grootte betreft als de getallen welke hierbij aangegeven zijn. Wanneer men den invloed van de tangentieele of horizontale, en radieele of vertikale componente van de getijverwekkende kracht op de getijbeweging nagaat, dan blijkt dat deze praktisch alleen veroorzaakt wordt door de tangentieele componente. De vertikale componente oefent een uiterst geringen invloed uit, doordat zij de zwaartekracht iets versterkt of verzwakt met maximaal slechts ongeveer een tienmillioenste deel van deze kracht. In een zee van 8 km. diepte bedraagt haar invloed slechts ¼% van de uitwerking van de horizontale componente. We zullen dus verder alleen de tangentieele componente beschouwen en deze kortweg de getijverwekkende kracht noemen.

In fig. 29 zien we dat deze bij P_1 en P_2 nul is, daarentegen maximum in de punten A_1, A_2, A_3 en A_4. Verder volgt uit de figuur, dat bij één omloop van de maan in een bepaald punt van den aequator de getijverwekkende kracht viermaal dezelfde maximum waarde bereikt. Zij is nul, wanneer ten opzichte van dit punt de maan in Zenith, Nadir, of aan den horizon staat, terwijl zij op die momenten van teeken verandert.

Fig. 30. Het verloop is grafisch voorgesteld in fig. 30 waarin T de gemiddelde omlooptijd van de maan om de aarde voorstelt en G de maximum waarde van de tangentieele componente van de getijverwekkende kracht. Bij benadering kan deze voorgesteld worden door de formule:

$$G = \frac{3g}{2 f K^3} \sin 2\,\theta,$$

waarin θ = uurhoek (fig. 28)
f = massa maan.
K = afstand maan-aarde.
g = versnelling v.d. zwaartekracht.

(Zie ook J.P. v.d. Stok, elementaire theorie der getijden).

We vragen nu naar de beweging welke onder invloed van deze periodieke kracht in het water ontstaat. Eenvoudigheidshalve stellen we ons eerst een met water gevuld ringkanaal langs den aequator voor en vragen naar de beweging die in een zoodanig kanaal opgewekt zou worden door de maan. In ieder punt van het kanaal heeft de getijverwekkende kracht volgens de formule een sinusoidaal verloop en tweemaal een maximum en minimum waarde tijdens een omloop van de maan. De door deze kracht veroorzaakte waterbeweging zal dus ook een sinusoidaal karakter hebben met dezelfde periode. Stellen we verder dat de waterbeweging in het aequatoriale kanaal verloopt volgens de vergelijkingen 7 en 8 (blz. 26), dus o.a. zonder wrijving, dan kan zij voor een bepaald punt A in het kanaal door de volgende formules voorgesteld worden:

$$\eta = a \cos nt \quad \text{en} \quad s = c \cos nt.$$

Wanneer onmiddellijk na het ontstaan van de golf in A, de getijverwekkende kracht zou ophouden te bestaan, dan zou de opgewekte golf zich onder invloed van de zwaartekracht z.g. vrij voortplanten door het ringkanaal, en in een punt B, gelegen op een afstand x van A zou dan de golfbeweging voorgesteld worden door:

$$\eta = a \cos n(t-\frac{x}{w}) \text{ en } s = c \cos n(t-\frac{x}{w}),$$

waarin w de voortplantingssnelheid van de golf voorstelt.

Behalve de zwaartekracht moet nu echter ook nog de getijverwekkende kracht in rekening gebracht worden, daar deze immers ook na het ontstaan van de golfbeweging op het water blijft inwerken. Deze kracht kan voorgesteld worden als

$$K = G \sin n(t-\frac{x}{w'}),$$

waarin w' de hoeksnelheid van de maan of voortplantingssnelheid van de getijverwekkende kracht voorstelt. Deze bedraagt voor de maan circa 450 m/sec. Eerst bij een waterdiepte van ongeveer 20 km. bereikt de uitdrukking $\sqrt{gH}$ ook deze waarde, zoodat in het beschouwde geval, waar de diepte, om eenigszins bij de werkelijkheid aan te sluiten, slechts enkele km. bedraagt, geldt dat $w < w'$. Voeren we nu de getijverwekkende kracht in onze bewegingsvergelijking 8 in, dan luidt zij:

$$\frac{\partial s}{\partial t} = - \; b.g.H\frac{\partial \eta}{\partial x} + H.b.G.\sin n(t-\frac{x}{w'}) \qquad 9.$$

De oplossingen voor η en s welke aan 7 en 9 voldoen blijken nu van den volgenden vorm te zijn:

$$\eta = - \frac{G.H.}{nw'(1-\frac{w^2}{w'^2})} . \cos n(t-\frac{x}{w'})$$

en

$$s = - \frac{G.H.b}{n(1-\frac{w^2}{w'^2})} . \cos n(t-\frac{x}{w'})$$

Deze oplossingen zijn geldig voor iedere waarde van w', de hoeksnelheid van het getijverwekkende hemellichaam. Voor x=0 vinden we:

$$K = G \sin nt.$$

$$\eta = - \frac{G.H}{nw'(1-\frac{w^2}{w'^2})} \cos nt$$

$$s = - \frac{G.H.b}{n(1-\frac{w^2}{w'^2})} \cos nt$$

We zien dat voor K= 0, dus wanneer de maan in Zenith of Nadir van het punt x= 0 staat, η en s beide minimum zijn. Dit beteekent, dat dan in dit punt laagwater is en dat de stroom in
Fig. 31. oostelijke richting gaat (fig. 31). Men ziet verder dat in de punten D_1 en D_2 op dat moment hoogwater is met een maximum stroom in westelijke richting.

De hier afgeleide beweging van een gedwongen golf kan alleen ontstaan in het beschouwde zeer vereenvoudigde geval, waarbij de golf de beweging van de maan kan volgen. In werkelijkheid zal zich echter de opgewekte golf wegens de onderbrekingen van de oceanen door de continenten in allerlei richtingen voortplanten welke afwijken van de baan van de opwekkende kracht. Zij zal zich daarom niet als gedwongen, doch als vrije golf voortplanten met een snelheid $w = \sqrt{gH}$. De getijbeweging welke we waarnemen is een dergelijke vrije golfbeweging. Daar zij echter doorloopend ontstaat uit een gedwongen golf, is haar periode gelijk aan deze, dus gelijk aan de periode van de getijverwekkende kracht.

We gingen bij het bovenstaande uit van een cirkelvormige maansbaan, gelegen in het aequatorvlak. Daar de maansbaan echter een veel gecompliceerder karakter heeft en niet door een eenvoudige formule vastgelegd kan worden, hebben ook de getijverwekkende kracht en de door haar opgewekte golf in werkelijkheid een minder regelmatig verloop. Zoo is het b.v. mogelijk, dat op sommige plaatsen het getij een enkeldaagsch karakter heeft, terwijl elders een zuiver dubbeldaagsch getij wordt waargenomen. Behalve door de maan wordt verder ook door de zon een getijbeweging veroorzaakt, welke op analoge wijze ontstaat.

De in werkelijkheid optredende getijverwekkende kracht van zon en maan tezamen is in haar samengestelden vorm te gecompliceerd om bij de berekeningen te betrekken. Het blijkt echter, dat men haar kan ontbinden in een aantal sinusoidale krachten, welker verloop volkomen regelmatig is en voorspeld kan worden. Om tot deze krachten te komen denkt men zich de maan en de zon vervangen door een aantal z.g. fictieve sterren, welke cirkelvormige banen in het aequatorvlak beschrijven. De voornaamste "ontbondene" van de maan wordt dan aangeduid door het symbool M_2, van de zon door S_2. De omlooptijd van deze twee voornaamste fictieve sterren is gelijk aan de gemiddelde omlooptijd van de maan, resp. van de zon. Het cijfer 2 duidt op het dubbeldaagsche karakter van de door hen opgewekte getijkracht. De belangrijkste maan- en zonscomponenten met hun hoeksnelheden zijn opgegeven

Tabel II. in tabel II (bijlage 1).

Door de fictieve sterren worden evenzoovele sinusoidaal verloopende getijkrachten en dus getijgolven opgewekt, en we spreken dan ook van een M_2 getij, een O getij, etc. Door de maansgetijden O, K_1 en K_2 en de zonsgetijden P, K_1 en K_2 wordt de declinatie van deze hemellichamen in rekening gebracht, terwijl door het N getij de elliptische vorm van de maansbaan gedeeltelijk verdisconteerd wordt. Het zonsgetij K_1 heeft dezelfde hoeksnelheid als het gelijknamige maansgetij. Deze twee zijn dus niet gemakkelijk te scheiden, zoodat algemeen onder K_1 getij de combinatie van beide verstaan wordt. Hetzelfde geldt ten aanzien van het K_2 getij. De voornaamste periodieke schommeling welke bij ons door dit samengaan van een stel sinusoidale golven met verschillende periode veroorzaakt wordt, is die welke we algemeen aanduiden met spring- en doodtij. Van springtij spreken we, wanneer de twee voornaamste astronomische getijden, het M_2 en S_2 getij in fase zijn, van doodtij wanneer deze elkander tegenwerken.

Alle getijden nu, welke correspondeeren met een componente van de getijverwekkende hemellichamen noemt men astronomischegetijden. Zij ontstaan in eerste instantie als gedwongen golven, doch planten zich na hun opwekking onmiddellijk voort als vrije golven, waarbij hun periode echter gelijk is aan de halve periode van de "ster", welke ze opwekt. Beschikt men over een langdurige waarneming (tenminste 14 à 15 dagen) van het getij op een bepaalde plaats, dan is het mogelijk dit getij te splitsen in de verschillende componenten of astronomische getijden, waarvan immers de perioden bekend zijn uit de astronomie. (Deze scheiding noemt men algemeen de harmonische analyse van het getij). Is de periode van de waarneming 14 à 15 dagen, dan kunnen het M_2 en S_2 getij bij benadering berekend worden. Er zijn dan echter deelen van de overige astronomische getijden in dit M_2 en S_2 getij opgenomen. Voor de berekening van de andere astronomische getijden zijn langere waarnemingsperioden noodig, afhankelijk van het kleinste gemeene veelvoud van hun perioden.

Door de meteorologische storingen kunnen vrij groote afwijkingen ontstaan. Hoe langer men de periode neemt, hoe geringer deze bedragen worden.

Afhankelijk van de praktische eischen zal soms genoegen worden genomen met een benadering van de getijbeweging door het M_2getij, daar door dit astronomische getij de normale getijbeweging in hoofdzaak bepaald wordt. De randvoorwaarden welke op het getij aan den mond van rivier of zeearm betrekking hebben zullen dan gegeven kunnen worden in den vorm van een sinusoide met de frequentie van het M_2getij waarbij de amplitude en de fase zoodanig bepaald moeten worden, dat dit getij inderdaad een voldoende benadering van het te berekenen geval geeft.

De bepaling van deze getijgrootheden (amplitude en fase) kan op tweeërlei wijze geschieden. Wil men de getijbeweging berekenen zooals deze gemiddeld zal optreden, waarbij men zich dus spring- of doodtij en andere verschijnselen met een periode welke verschilt van de gemiddelde dagelijksche (van het M_2getij) geëlimineerd denkt, dan zal men amplitude en fase van de randvoorwaarde kunnen bepalen door middel van de harmonische analyse van een tenminste 14 à 15 daagsche waarneming van het getij ter plaatse. Vaak zal men echter van een bepaald getij, zooals dit in werkelijkheid éénmaal voorkwam de voortplanting willen berekenen (b.v. ter contrôle van de schematisatie) en niet van een "fictief gemiddelde". Men benadert dan het gegeven getij in de te beschouwen periode langs grafischen weg door een M_2 sinusoide (met een z.g. harmonischen analysator). Amplitude en fase van het aldus bepaalde "schijnbare" M_2getij komen in het algemeen niet overeen met de constanten van het M_2getij zooals deze door de analyse van een langdurige waarneming verkregen worden, daar in het schijnbare M_2getij de invloed van de overige astronomischegetijden in de betreffende korte periode voor een groot deel opgenomen zal zijn, terwijl meteorologische storingen zeer belangrijke afwijkingen kunnen veroorzaken. Ook wanneer op de betreffende plaats niet over getijwaarnemingen van voldoenden duur (ten minste 14 à 15 dagen) beschikt wordt, zal men een schijnbaar M_2getij moeten bepalen.

b. Samengestelde en bovengetijden.

In het voorgaande zagen we dat de golfbeweging welke door de getijverwekkende kracht veroorzaakt wordt, ontbonden kan worden in een aantal sinusoidale golven, overeenkomende met de sinusoidaal veranderende componenten van deze kracht. We veronderstelden hierbij dat de golfbeweging geen wrijving ondervindt. Door verder de kracht van Bernouilli en de verandering van het doorstroomingsprofiel tengevolge van de vertikale waterbeweging te verwaarloozen, kunnen we dan voor de bepaling van de voortplanting van het getij uitgaan van de vergelijkingen 7 en 8 (blz.26). We mogen dan een stel sinusoidale golfbewegingen eenvoudig superponeeren, daar ze elkander in dat geval niet beinvloeden. Zoodra men echter een niet lineairen weerstand en/of een der andere genoemde invloeden in rekening brengt, mag het superpositiebeginsel niet meer toegepast worden. In werkelijkheid ontstaan dan ook uit het samengaan van de verschillende astronomische getijden weer andere, secundaire golfbewegingen welke men aanduidt met den naam van samengestelde getijden.

Tabel III. In tabel III (bijlage 1) zijn de amplituden van de voornaamste samengestelde getijden gegeven voor het station Vlissingen. Een andere complicatie van de getijbeweging wordt veroorzaakt door de z.g. bovengetijden. Deze komen voort uit één astronomisch getij, onafhankelijk van zijn samenwerking met de andere getijgolven. Beschouwen we b.v. het voornaamste astronomische getij, het M_2getij, alsof het volkomen op zichzelf bestond, d.w.z. met weglating van de andere astronomische getijden. Wanneer we nu uitgaan van een stel lineaire uitgangsvergelijkingen, b.v. 2 en 5, dan zal aan deze vergelijkingen door een sinusoidale bewegingsvorm kunnen worden voldaan, zoodat het M_2getij dan een oplossing van de uitgangsvergelijkingen kan zijn, en in dat geval een zuiver M_2getij bestaanbaar is. Zoodra echter de bewegingsvergelijking niet lineair is, b.v. doordat de weerstand niet meer evenredig gesteld wordt met de stroomsnelheid doch met het kwadraat hiervan, kan door een enkele sinusoide niet meer aan de uitgangsvergelijkingen worden voldaan. De oplossing zal dan moeten worden gevonden in een reeks sinustermen, waarvan de voornaamste de frequentie n van het M_2getij heeft en de overigen een veelvoud van deze frequentie hebben dus 2n, 3n, 4n, enz., waarbij het belang van de termen over het geheel geringer is naarmate de frequentie toeneemt.

Dit wil dus zeggen dat het M_2getij niet zuiver op zichzelf bestaanbaar is wanneer uitgegaan wordt van het feit, dat een niet lineaire bewegingsvergelijking geldt, want dat het dan vervormt, zoodat naast een sinusoidale golf met de frequentie van het M_2getij een convergeerende reeks getijden ontstaat met frequenties welke een veelvoud zijn van de frequentie van het M_2getij. Men moet verder bedenken dat daarnaast bij de ontbinding van de getijverwekkende kracht in sinusoidale krachten componenten gevonden worden met dezelfde hoogere frequenties als de hierbovengenoemde bovengetijden. Er zijn dus ook astronomische "bovengetijden" en een waargenomen bovengetij is een mengsel van beide. De M_2golf noemt men het hoofdgetij, de overige golven bovengetijden, terwijl men de resulteerende beweging het samengestelde M getij noemt.

De belangrijkste bovengetijden zijn het z.g. M_4 en M_6 getij. Zij hebben resp. de dubbele en de drievoudige frequentie van het M_2getij.
Verwaarloost men deze twee bovengetijden, dan kunnen de karakteristieke vormen van de getijgolf voor onze kust niet weergegeven worden. Zoo verdwijnt dan b.v. het dubbele laagwater dat te Hoek van Holland vaak bij springtij optreedt, evenals het dubbele hoogwater dat vroeger in het zeegat van Texel waargenomen werd.

De invloed van de andere bovengetijden op den vorm van de getijkromme is slechts uiterst gering; zoo bedraagt b.v. de amplitude van het voornaamste bovengetij van het S_2 getij langs onze kust overal minder dan 1 cm. Om de gedachten te bepalen zijn in tabel IV (bijlage 1) voor de voornaamste waarnemingsstations langs de Nederlandsche kust de getijamplituden van het M_2, M_4, M_6, $\cancel{M_8}$, S_2 en S_4 verzameld. Tabel IV.

Het aandeel van de bovengetijden in den vorm van de getijgolf op zee kan in verband met de groote waterdiepte, over het algemeen gering genoemd worden. Derhalve zal de getijbeweging aan den mond van een rivier of zeearm, wanneer deze als randvoorwaarde bij een getijberekening betrokken wordt, vaak benaderd mogen worden door een sinusoidale golf met de frequentie van het M_2getij, wanneer het ons om de gemiddelde getijbeweging te doen is. Landinwaarts zich voortplantende is echter de uit zee komende golf tengevolge van de geringe diepte van de geulen spoedig zoo sterk vervormd, dat de bovengetijden, waardoor deze vervorming weergegeven wordt, meestal (afhankelijk van de gestelde eischen) wel bij de berekening betrokken zullen moeten worden. Het kan dus voorkomen dat men, uitgaande van een sinusoidale getijbeweging aan den mond van een rivier, en met verwaarloozing dus hier van de bovengetijden, bij de berekening van de voortplanting van dit getij de bovengetijden, die hierbij ontstaan zullen, wel in rekening brengt, althans gedeeltelijk. In het rapport van de Staatscommissie Lorentz wordt van een dergelijke rekenwijze een voorbeeld gegeven (in § 97, blz. 178).

c. Opperwaterafvoer.

De waterbeweging op de benedenrivieren wordt in sterke mate door den opperwaterafvoer beinvloed. Zoo zal zich de getijgolf bij een geringen opperwaterafvoer veel verder rivieropwaarts voortplanten, dan bij een grooten afvoer. Daar de wijzigingen in den afvoer zich in vergelijk met den duur van een getijperiode slechts langzaam voltrekken, kan de opperwaterafvoer binnen het tijdsbestek waarvoor de getijberekening uitgevoerd wordt benaderd worden door een constante grootheid, welke dan als randvoorwaarde kan gelden.

Uit metingen is het verband tusschen opperwaterafvoer en waterhoogte op bepaalde punten op de bovenrivieren berekend, en hieruit kunnen weer de waterhoogten (c.q. middenstanden) op andere punten afgeleid worden, daar de helling van den rivierbodem bekend is. Behalve de opperwaterafvoer kan dus ook de hierbij behoorende gemiddelde waterhoogte als randvoorwaarde ingevoerd worden.

Voor een voldoend nauwkeurige getijberekening is het niet noodzakelijk de berekening rivieropwaarts uit te strekken tot een punt (of punten) waar de getijberekening geheel uitgestorven is en men dus alleen den stroom welke door den opperwaterafvoer veroorzaakt wordt, overhoudt. Bij de methode Mazure wordt het bij de berekening betrokken gebied rivieropwaarts begrensd door een punt (of punten) waarboven de interferentie verwaarloosd kan worden. Boven dit punt mogen dan over een groote afstand geen belangrijke splitsingen of profielswijzigingen voorkomen, daar deze een terugkaatsing van de getijgolf, dus interferentie, veroorzaken. Bij de methode Dronkers wordt rivieropwaarts gerekend tot een punt waar het aandeel van de getijbeweging in de totale waterbeweging ter plaatse gering genoeg is om te kunnen beoordeelen of men de als randvoorwaarde gegeven opperwaterafvoer voldoende door de berekening benaderd heeft. Om de gedachten te bepalen zal men bij deze methode ongeveer moeten doorrekenen tot een punt waar de getijstroom ongeveer 10% bedraagt van den opperwaterafvoer. Uiteraard zal dit punt bij een geringen opperwaterafvoer belangrijk verder rivieropwaarts liggen dan bij een grooten afvoer.

d. Meteorologische invloeden.

Behalve door de onder a en b van dit hoofdstuk genoemde factoren wordt de getijbeweging ook bepaald door de inwerking van den wind op het wateroppervlak. Hierdoor ontstaan soms belangrijke schommelingen van den middenstand. Normaal is deze invloed niet van belang voor de getijberekening, hoewel zij vrijwel nooit geheel geëlimineerd kan worden bij het bepalen der randvoorwaarden, en bij de exacte methode zelfs vrijwel geheel in rekening gebracht wordt.

Alleen bij de z.g. stormvloedsberekeningen, waarop in deze inleiding niet nader zal worden ingegaan, zal het getijprobleem grootendeels door den windfactor beheerscht worden.

Terloops zij hier ook nog gewezen op middenstandsschommelingen welke veroorzaakt worden door een verschil in luchtdruk tusschen verschillende plaatsen.

5. Benadering van de getijgolf door een sinusoidé.

Voor de fig. zie bylage 6

We zagen dat in sommige gevallen, afhankelijk van de aan de berekening gestelde eischen, volstaan mag worden met een benadering van het getij door het M_2 getij, of eventueel door een schijnbaar M_2 getij. Wij hebben dan te maken met een sinusoidale beweging, welke alleen dan voorgesteld kan worden wanneer men van een stel lineaire uitgangsvergelijkingen uitgaat. In het volgende zal deze sinusoidale bewegingsvorm nader beschouwd worden, waarbij we dan eerst het eenvoudigste geval zullen bespreken, n.l. dat de weerstand geheel buiten beschouwing gelaten wordt. Daarna zal onder b het geval behandeld worden dat een weerstand ingevoerd wordt volgens de z.g. lineaire weerstandswet, waarbij deze evenredig gesteld wordt aan de stroomsterkte. Ook in dit geval wordt met lineaire uitgangsvergelijkingen gewerkt.

a. Wrijvingslooze voortplanting van een sinusoidale golf.

We gaan hierbij uit van de uitgangsvergelijkingen 7 en 8 (blz. 26) dus:

$$\frac{\partial s}{\partial x} = -b\,\frac{\partial \eta}{\partial t} \quad \text{en} \quad \frac{\partial s}{\partial t} = -\,b.g.H\,\frac{\partial \eta}{\partial x}$$

Hieraan voldoet zooals we zagen een sinusoidale golfbeweging van den vorm:

$$\eta = a \cos n(t - \frac{x}{w}) \quad (10) \text{ en}$$

$$s = wba \cos n(t - \frac{x}{w}) \quad (11.)$$

waarin $w = \sqrt{gH}$.

Beschouwen we nu eerst het geval van een oneindig lang kanaal dat overal dezelfde doorsnede heeft, dus zooals voorgesteld in fig. 32.

Fig. 32.

Is als randvoorwaarde in A een waterbeweging gegeven van den vorm 10 en 11, waarin x = 0, welke zich in de richting C voortplant, dan nemen we in ieder punt van het kanaal dezelfde beweging waar, alleen met een verschuiving in den tijd, afhankelijk van de plaats van waarneming.

We gaan nu over tot een stelsel van 2 kanalen, dat den vorm

Fig. 33. heeft van fig. 33. Stel dat hier als randvoorwaarde gegeven is de vertikale waterbeweging in B, in den mond van kanaal 2, n.l.

$$b_2 = a_2 \cos n(t+p)$$

(waarin p een fasegrootheid is), welke veroorzaakt wordt door een bij A binnenvallende getijgolf. Uit 7 en 8 wordt dan voor den stroom in den mond van kanaal 2 gevonden:

$$s_{b_2} = a_2 . w . b . \cos n(t+p).$$

Voor een willekeurig punt in kanaal 2 vinden we dan de beweging:

$$\eta_x = a_2 . \cos n(t - \frac{x}{w} + p) \quad \text{en}$$

$$s_x = a_2 . b_2 . w . \cos n(t - \frac{x}{w} + p).$$

Hoe staat het nu met de waterbeweging in kanaal 1? Op het splitsingspunt B moeten natuurlijk op ieder tijdstip waterhoogte en stroom in de kanalen 1 en 2 aan elkaar gelijk zijn en het blijkt daarom dat aan deze twee voorwaarden niet voldaan kan worden, indien de waterbeweging in kanaal 1 óók door een enkele, zich in de richting van C voortplantende golf voorgesteld wordt. Zou men n.l. de golfbeweging in 1 willen weergeven door de formules:

$$\eta_1 = a_1 . \cos n(t - \frac{x}{w} + p) \quad \text{en}$$

$$s_1 = a_1 . wb \cos n(t - \frac{x}{w} + p)$$

dan vindt men in B (x= 0) : $\eta_b = a_1 . \cos n(t+p) =$

$a_2 . \cos n(t+p)$ en verder $S_b = a_2 . w . b_1 . \cos n(t+p) =$

$a_2 . w . b_2 . \cos n(t+p)$.

Uit deze betrekkingen zou dan verder volgen:

$a_2 . w . b_1 . \cos n(t+p) = a_2 . w . b_2 . \cos n(t+p)$.

Wanneer nu $b_1 \neq b_2$, dan kan aan deze laatste betrekking niet voor iedere waarde van t voldaan worden. Aan de voorwaarden bij het splitsingspunt kan echter wel worden voldaan wanneer de golfbeweging in kanaal 1 voorgesteld wordt door twee golven welke zich in tegengestelde richting voortplanten, dus wanneer men b.v. stelt:

$$\eta_1 = \underbrace{a_1 . \cos n(t - \frac{x}{w} + p_1)}_{\eta'} + \underbrace{a_1' . \cos n(t + \frac{x}{w} + p_1')}_{\eta''} \qquad (10)$$

en

$$s_1 = \underbrace{a_1 . w . b_1 . \cos n(t - \frac{x}{w} + p_1)}_{s_1'} - \underbrace{a_1' . w . b_1 . \cos n(t + \frac{x}{w} + p_1')}_{s_1''} \quad (11)$$

De golf met amplitude a_1, welke zich van A naar B voortplant, noemen we dan de invallende golf (η_1') en de golf met amplitude a_1' de teruglopende of teruggekaatste golf(η_1''). Voor het punt B, waar x= 0, vinden we dan:

$$\eta_b = a_1 . \cos n(t+p_1) + a_1' . \cos n(t+p_1') = a_2 . \cos n(t+p_2)$$

$$s_b = a_1 . w . b_1 . \cos n(t+p_1) - a_1' . w . b_1 . \cos n(t+p_1') =$$

$$a_2 . w . b_2 \cos n(t+p_2).$$

Op het tijdstip $t = \frac{\pi}{n} - p_1$ is $\eta_1' = 0$, zoodat dan geldt $\eta_1'' = \eta_2$ en verder, daar dan $s_1 = s_2$, ook $b_1 . \eta_1'' = b_2 . \eta_2$. Daar nu $b_1 \neq b_2$, moet dan eveneens gelden $\eta_1'' = 0$ en $\eta_2 = 0$. Hieruit volgen voor de drie fasegrootheden p de betrekkingen:

$p_1 = p_2 + k_1 \pi$ en $p_1' = p_2 + k_1' \pi$ (waarin k_1 en k_1' heele getallen).

Voor $t = -p_2$ geldt dan:

$$a_1 . \cos k_1 \pi + a_1' . \cos k_1' \pi = a_2$$

$$b_1 (a_1 . \cos k_1 \pi - a_1' . \cos k_1' \pi) = b_2 . a_2,$$

waaruit we afleiden:

$$\frac{2 . b_1 . a_1 . \cos k_1 \pi}{b_1 + b_2} = a_2 \qquad p.$$

en

$$\frac{2 . b_1 . a_1' . \cos k_1' \pi}{b_1 - b_2} = a_2 \qquad q.$$

Uit p volgt dan $k_1 = 0$, en uit q: $k_1' = \frac{1}{\pi}$, voor $b_1 < b_2$ en $k_1' = 0$, voor $b_1 > b_2$.

In ons voorbeeld, waar $b_1 > b_2$, zijn dus in B de grootheden η_1', η_1'' en η_2 in fase, terwijl voor den stroom in B geldt dat s_1'' in tegenfase is met s_1 en s_2. Omgekeerd vinden we wanneer $b_1 < b_2$, dat dan η_1'' in tegenfase is, met η_1 en η_2, daarentegen s_1'' in fase met s_1 en s_2.

Stelt men nu algemeen dat het splitsingspunt zich niet in x= 0 maar in x = l bevindt, dan wordt de golfbeweging in kanaal
Fig.34. 1 (fig. 34) voorgesteld door de formules 10 en 11 (blz.39). Voor de fasegrootheden p_1 en p_1' geldt dan in verband met het bovenstaande:

$$-\frac{1}{w} + p_1 = \frac{1}{w} + p_1' \text{ voor } b_1 > b_2 \text{ (a)}$$

en

$$-\frac{1}{w} + p_1 = \frac{1}{w} + p_1' + \frac{\pi}{n} \text{ voor } b_1 < b_2. \text{ (b)}$$

Uit de voorwaarden bij het splitsingspunt kan dan nog verder afgeleid worden:

Fig.34. $$a_1 = \frac{b_1 + b_2}{2b_1} a_2 \quad \text{en } a_1' = \frac{b_1 - b_2}{2b_1} a_2.$$

We gingen bij het bovenstaande probleem uit van een randvoorwaarde in het splitsingspunt B en konden dan volstaan met het verticale getij in dit punt te geven. Het horizontale getij in dit punt kan dan direct berekend worden uit de uitgangsvergelijkingen 7 en 8, daar in kanaal 2, dat oneindig lang verondersteld werd, geen interferentie optreedt. Zijn stroom en vertikaal getij in B bekend, dan kan echter ook de waterbeweging in kanaal 1 berekend worden, dus a_1 en a_1'. Gaan we echter uit van de randvoorwaarden in A dan is één voorwaarde niet meer voldoende, daar in kanaal 1 interferentie optreedt. In de formules voor de horizontale en verticale getijbeweging komen dientengevolge, zooals we zagen twee onbekenden voor, n.l. a_1 en a_1'. Zou men dus bij de berekening uitgaan van A, dan zouden in dit punt zoowel het horizontale als het verticale getij als randvoorwaarden gegeven moeten zijn, waaruit dan de grootheden a_1 en a_1' opgelost kunnen worden.

Beschouwen we nu nog het speciale geval dat $b_2 = 0$,

Fig. 35. d.w.z. een afgesloten kanaal (fig. 35). Als eerste randvoorwaarde voor dit probleem geldt $s_b = 0$. Verder zij gegeven het verticale getij in A, n.l. $\eta_a = a.\cos.\ n(t+p)$.

Stellen we nu algemeen de beweging in het kanaal voor door de formules 10 en 11 (blz. 39), dan volgt voor x = 1 uit 11:

$$a_1.w.b_1.\cos n(t- \frac{1}{w} +p_1) - a_1'.w.b_1.\cos n(t + \frac{1}{w} + p_1') = 0.$$

Dit is alleen zoo voor iedere waarde van t, wanneer

$$-\frac{1}{w} + p_1 = + \frac{1}{w} + p_1 \text{ ,}$$

terwijl verder volgt $a_1 = a_1'$. Uit de randvoorwaarde bij A volgt dan $a_1 = \frac{1}{2}a$ en $a_1' = \frac{1}{2}a$, zoodat de golfbeweging in het kanaal door de volgende formules voorgesteld kan worden:

$$\eta = \tfrac{1}{2}a.\cos.n(t- \frac{x}{w} + p_1) + \tfrac{1}{2}a.\cos n(t+ \frac{x}{w} + p_1')$$

en

$$s = \tfrac{1}{2}a.w.b.\cos n(t - \frac{x}{w} + p_1) - \tfrac{1}{2}a.w.b.\cos n(t + \frac{x}{w} + p_1')$$

Hierin is $p_1' = p_1 - 2\,\frac{l}{w}$.

De in B teruggekaatste golf is dus even groot als de invallende golf, terwijl in B beide golven in fase zijn. Samen vormen zij in het kanaal een staande golf, met een buik in B.

Ter verduidelijking van het bovenstaande is in de figuren
Fig. 38. 38a, b en c het verloop van de waterbeweging in de beschouwde gevallen grafisch voorgesteld. In fig. 38 a voor het geval dat $b_1 < b_2$, in fig. 38 b voor $b_1 > b_2$, terwijl in fig. 38 c de golfbeweging in een afgesloten kanaal weergegeven is. Geteekend zijn de golven η_1', η_1'' en η_2 en de stroomen s_1, s_1'' en s_2 voor het tijdstip dat in B hoogwater is. Voorts is het verloop van de amplituden van vertikaal en horizontaal getij gegeven, waaruit blijkt dat de golfbeweging afwisselend gedempt en versterkt wordt, afhankelijk van den afstand vanaf het splitsingspunt, en wel in dien zin, dat de stroomamplitude minimum is wanneer het tijverschil een maximum bereikt en omgekeerd. Verder is in de gedeelten waar het tijverschil in de richting van B afneemt de stroom in fase achter bij het verticale getij.

In de gedeelten waar het tijverschil toeneemt is de stroom daarentegen in fase voor. Dit blijkt wanneer men de verticale waterbeweging op verschillende plaatsen uitzet naar den tijd.
Fig. 36. Men krijgt dan grafische voorstellingen als fig. 36a en b. Teekent men van deze getijkrommenbundels de omhullenden, dan stellen deze de meetkundige plaatsen voor van de punten der getijkrommen waar het verhang nul is en waar dus, volgens vergelijking 8, de stroom maximum is. Men ziet dat bij toenemend tijverschil (fig. 36a) deze punten voor ~~na~~ hoog- resp. laagwater vallen en bij afnemend tijverschil er na ~~voor~~ (fig. 36b).

Ook op de volgende wijze kan dit verschijnsel aanschouwelijk gemaakt worden:

Wanneer een niet gedempte golf zich voortplant van een punt A naar een punt B, dan ontstaat tusschen deze twee punten een verhang dat grafisch voorgesteld wordt door het gearceerde
Fig. 37. oppervlak in fig. 37a. Wordt de golf op haar weg van A naar B echter gedempt, dan komt bij het eerste verhang nog een dempingsverhang dat voorgesteld wordt door het gearceerde oppervlak van fig. 37b.

Neemt de golfhoogte daarentegen van A naar B toe, dan werkt een versterkingsverhang, voorgesteld in fig. 37c, tegen.

Men ziet gemakkelijk dat door superpositie van a en b het verhangnulpunt P van fig. 37a naar rechts verschuift, bij superpositie van a en c naar links.

Het hier behandelde probleem met één overgangspunt kunnen we nu uitbreiden door een geval te beschouwen waar meerdere overgangspunten op elkander volgen. Een dergelijk geval zal zich bijvoorbeeld voordoen wanneer we een trechtervormige geul schematiseeren, waarbij dan een aantal kanalen met afnemende breedte achterelkaar geschakeld worden, ongeveer zooals in
Fig. 39. fig. 39 voorgesteld is. De vaklengten ℓ_1, ℓ_2 en ℓ_3 zullen practisch slechts enkele kilometers mogen bedragen en zijn dus veel kleiner dan een vierde van de golflengte (fig. 38). Passen we het boven behandelde op dit geval toe, dan zien we dat de amplitude van het vertikale getij van B_2 naar B_3 toeneemt, en evenzoo van B_1 naar B_2 en van A naar B_1 (fig. 39). De stroom daarentegen neemt van A naar B_3 af, terwijl een zoodanige faseverschuiving optreedt, dat het tijdstip van maximum stroom vóór het tijdstip van hoog- resp. laagwater valt. Beschouwen we op analoge wijze een zich in de voortplantingsrichting verwijdende geul, dan vinden we dat het vertikale getij gedempt en het horizontale getij in de voortplantingsrichting versterkt wordt. Het tijdstip van maximum stroom valt dan na hoog- en laagwater. (In beide gevallen is verondersteld dat de diepte van alle vakken gelijk is.)

Het hier besproken verschijnsel van demping of versterking tengevolge van profielsversmalling of -verbreeding, gepaard gaande met een faseverschuiving tusschen stroom en vertikaal getij, vinden we in de natuur in combinatie met wrijvingsverschijnselen en het is daarom op plaatsen waar deze laatsten een betrekkelijk groote rol gaan spelen niet altijd meer duidelijk te onderscheiden. In gebieden met groote diepte, waar de weerstand relatief gering is is het echter gemakkelijk te herkennen. Als voorbeelden van trechtervormige vernauwingen met dientengevolge toenemend tijverschil worden hier de Wielingen en de Westerschelde genoemd.

b. Voortplanting van een sinusoidale golfbeweging met weerstand.

Het getijprobleem zooals dit in zeer eenvoudigen vorm onder a van dit hoofdstuk behandeld werd is door de volledige verwaarloozing van den weerstand in de meeste gevallen een veel te grove benadering van hetgeen in werkelijkheid gebeurt. Vooral wanneer we te maken hebben met een getijbeweging in onze betrekkelijk ondiepe rivieren en zeearmen, waar de weerstand de belangrijkste rol speelt. Bij practische getijberekeningen moet derhalve de weerstand in een of anderen vorm in rekening gebracht worden, zoodat dan steeds uitgegaan wordt van een bewegingsvergelijking waarin ook een weerstandsterm voorkomt.

Praktisch volledig kan de weerstand worden weergegeven door de empirisch bepaalde uitdrukking.

$$W = - \frac{\int g|s|s}{C^2.b^2.h^3}.$$

Voegt men dezen term aan de bewegingsvergelijking toe, dan is zij niet meer lineair. In de eerste plaats komt hier n.l. de onbekende s in het kwadraat voor en bovendien de eveneens variabele grootheid h tot de derde macht in den noemer. Gaat men echter uit van een niet lineaire bewegingsvergelijking, dan blijkt dat de oplossing van het probleem niet meer gevonden kan worden in den vorm van een sinusoidale beweging. Bij substitutie van sinusoidale functies van h en s in een niet lineaire differentiaalvergelijking, waarin producten van h en s en hunne afgeleiden voorkomen, krijgt men termen met frequenties welke een veelvoud bedragen van de frequentie van de gesubstitueerde functies, waardoor dan niet aan de uitgangsvergelijkingen voldaan kan worden.

Komen in de bewegingsvergelijkingen dus producten van genoemden aard voor, dan vinden wij bij substitutie van een sinusoidalen bewegingsvorm met een frequentie n, termen met frequenties 2n, 3n, 4n, enz. Door te eischen dat aan de uitgangsvergelijking-en voor alle waarden van x en t voldaan is, blijkt dan dat een sinusoidaal getij niet kan voldoen. Dit beteekent dus dat in een kanaal waarvoor de bewegingsvergelijking niet lineair is, een enkelvoudige sinusoidale waterbeweging niet mogelijk is. Men kan dan hoogstens uitgaan van een sinusoidale randvoorwaarde, met de frequentie van het M_2 getij. Bij haar voortplanting door het beschouwde stelsel vervormt deze golf dan echter onmiddellijk tot een convergeerende reeks golven met oploopende frequentie en het vertikale getij op een bepaald punt heeft dan de vorm:

$$h = H + a_1.\cos(nt-\varphi_1) + a_2.\cos(2nt-\varphi_2) + a_3.\cos(3nt-\varphi_3)$$

$$+ a_4.\cos(4nt - \varphi_4) + \text{enz.}$$

De golf met de frequentie van de randvoorwaarde, dus van het M_2 getij, blijft echter sterk overheerschen en in vele gevallen wordt daarom het probleem voldoende nauwkeurig benaderd, wanneer men de termen met hoogere frequentie verwaarloost. De oplossing blijft dan, door den sinusoidalen vorm, van eenvoudigen aard, hetgeen het rekenwerk aanzienlijk vermindert en ook overzichtelijker maakt.

Noodig is hiervoor, dat aan de bewegingsvergelijking waarvan wordt uitgegaan een lineaire vorm gegeven wordt. Dit kan gebeuren door volgens Lorentz de verandering van de diepte tengevolge van de vertikale waterbeweging te verwaarloozen en verder den weerstand evenredig te stellen met de stroomsnelheid, volgens de z.g. lineaire weerstandswet. Lorentz komt zoo tot de vergelijking 5 welke we reeds vroeger aangaven (blz. 19).

De waarde van den factor k vindt hij door den eisch te stellen dat door den ingevoerden weerstand gedurende een getijperiode in totaal een arbeid verricht moet worden welke gelijk is aan den totalen weerstandsarbeid die volgens den kwadratischen term

$$W = \frac{g|s|s}{C^2.b.H^2}$$

verricht zou worden bij een sinusoidale beweging.

Uit deze arbeidsvoorwaarde bepaalt hij de waarde van k, en hij vindt:

$$k. \int_{\frac{-2\pi}{n}}^{\frac{+\pi 2}{n}} s\cancel{x}^2 \, dt = \frac{g}{C^2bH^2}. \int_{\frac{\pi}{2n}}^{\frac{+\pi}{2n}} s\cancel{s}^2.v.dt.$$

$$\text{en } k. = \frac{8}{3\pi}. \frac{g.s_0}{C^2.b.H^2},$$

waarin s_0 de amplitude van den stroom is.

De waarde van k kan men ook op de volgende, door Mazure aangegeven wijze vinden:
Ontwikkelt men den weerstandsterm

$$\frac{g.|s|s}{C^2.b.H^2},$$

waarin $s = s_0.\cos n(\ t- \frac{x}{w} + p)$

langs mathematischen weg door haar voor te stellen door een Fourierreeks dan vindt men:

$$\frac{g|s|s}{C^2.b.H^2} = \frac{8.g.s}{3\pi C^2.b.H^2}\, s_0.\cos n(t- \frac{x}{w} + p) \quad +$$

$$+ \quad \frac{8.g.s_0}{15\pi C^2.b.H^2}\, .s_0.\cos 3n(t- \frac{x}{w} + p) -$$

$$- \quad \frac{8.g.s_0}{105\pi C^2.b.H^2}\, s_0\cos.\ 5n(t- \frac{x}{w} + p) + \ldots.$$

behoudt men van deze uitdrukking alleen den eersten term, welke de frequentie van het hoofdgetij heeft, dan ziet men dat dan tevens voldaan is aan Lorentz' arbeidsvoorwaarde.

Mazure volgde, zooals we in hoofdstuk 2 zagen een anderen weg om tot een lineaire bewegingsvergelijking te komen. Zijn methode moet geldig zijn wanneer naast een getijbeweging ook een stroom tengevolge van opperwaterafvoer optreedt, waardoor het probleem asymmetrisch wordt. Vooral wordt dan de herleiding van den weerstandsterm tot een lineaire grootheid gecompliceerder. De arbeid welke door den stroom bij eb verricht wordt is in dit geval grooter dan bij vloed en voorts wordt de totale arbeid gedurende een getij grooter. De wrijvingsterm luidt dan:

$$\frac{g.|S + S_g|(S + S_g)}{C^2.b.H^2}$$

waarin S den permanenten stroom en S_g den getijstroom voorstelt. Deze term wordt door Mazure (blz. 102 e.v. van zijn proefschrift) ontwikkeld in een Fourierreeks. Hij voert hiertoe inplaats van de grootheden S en S_g de grootheden $\frac{S}{S_{g_o}}$ en s_o in, waarbij dan S_{g_o} de amplitude van den getijstroom en s_o de grootste der beide waarden S en S_{g_o} voorstelt. Hij vindt dan:

$$|S+S_g|(S+ S_g) = m_o s_o^2 + m_1 s_o^2 \cos n(t- \tfrac{x}{w}) +$$

$$+ m_2 s_o^2 \cos 2n(t- \tfrac{x}{w}) + m_3 s_o^2 \cos 3n(t- \tfrac{x}{w}) + \ldots\ldots\ldots$$

De factoren m_o, m_1, enz. zijn functies van het quotient $\frac{S}{S_{g_o}}$ en kunnen voor bepaalde waarden van dat quotient bepaald worden uit de fig. 4 op blz. 95 van Mazure's proefschrift. Na substitutie van deze reeks in den weerstandsterm van zijn bewegingsvergelijking behoudt hij de hieruit voortkomende constante termen met de frequentie n van het hoofdgetij.

De vraag is nu, van welken vorm de oplossing is, die voldoet aan de lineaire uitgangsvergelijkingen van Lorentz of Mazure, waarin dus een weerstandsterm voorkomt, welke evenredig is aan de stroomsterkte.

We beschouwen eerst een getijbeweging zonder opperwaterafvoer, waarbij we van de differentiaalvergelijkingen 7 en 5 uitgaan, en vragen naar de getijbeweging in een oneindig lang kanaal met een constant doorstroomingsprofiel. De situatie is
Fig. 40. weergegeven in fig. 40. Bij A is als randvoorwaarde gegeven het vertikale getij in den vorm: $\eta_a = a \cos nt.$

Verder gelden de uitgangsvergelijkingen

$$\frac{\partial s}{\partial x} = - b\frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (7) \qquad \text{en} \qquad \frac{\partial s}{\partial t} = - b.g.H.\frac{\partial \eta}{\partial x} - ks. \quad (5)$$

Doordat de weerstand in het kanaal in rekening gebracht wordt, zal de golfbeweging door het hierdoor veroorzaakte energieverlies steeds meer gedempt worden naarmate zij zich verder naar C voortplant en tenslotte uitsterven ($\lim_{x=\infty} \eta = 0$).

In de oplossing zal dus tot uiting moeten komen dat voor $x \longrightarrow \infty$: $\eta = 0$, terwijl tevens voor x = 0 moet gelden $\eta = a \cos n(t - \frac{x}{w})$.

Het blijkt, dat door de formule

$$\eta = a.e^{-\sigma x}.\cos n(t - \frac{x}{w}) \qquad (12.)$$

aan de gestelde voorwaarde wordt voldaan, terwijl de stroom in het kanaal dan wordt voorgesteld door:

$$s = c.e^{-\sigma x}.\cos n(t - \frac{x}{w} + p). \qquad (13.)$$

Door den factor $e^{-\sigma x}$ wordt de demping van de golfbeweging bepaald. Tengevolge van den weerstand bestaat er voorts een faseverschuiving tusschen stroom en vertikaal getij, waardoor het vertikaal getij naijlt bij het horizontale. Door substitutie van 12 en 13 in 7 en 5 laten zich w, c, σ en p berekenen.
We vinden dan:

$$c = -a.b\sqrt{g.H.\cos d} \quad , \quad w = \frac{\sqrt{g.H.\cos d}}{\cos \frac{1}{2}d} \quad , \sigma = \frac{n}{\sqrt{g.H.\cos d}}.\sin\tfrac{1}{2}d$$

$$\text{en } p = \tfrac{1}{2}d \quad \text{waarin } \operatorname{tg} d = \frac{k}{n}.$$

Zoowel de dempingsfactor σ als de fasegrootheid p nemen toe met den weerstandsfactor k, terwijl de grootheden c en w afnemen met grooter wordende k.
Beschouwen we nu een geval, waarbij interferentie optreedt, b.v. door een verwijding van het kanaalprofiel zooals voor-
Fig. 41. gesteld is in fig. 41.
Als randvoorwaarden worden gegeven het vertikale en horizontale getij in A, n.l.:

$$\eta_a = a.\cos nt \text{ en } s_a = c.\cos n(t+p)$$

Doordat bij B een golf in de richting A teruggekaatst wordt moet de oplossing van het getijprobleem in kanaal 1 gezocht worden in den vorm van twee zich in tegengestelde richting voortbewegende golven. De golf, welke zich in de richting van B beweegt, zal door den ondervonden weerstand afnemen in die richting, dus met toenemende x, daarentegen zal de teruggekaatste golf in tegengestelde richting afnemen, n.l. in de richting van A, dus met afnemende x. De oplossing wordt nu gevonden in den vorm:

$$\eta = a_1.e^{-\sigma x}.\cos n(t - \frac{x}{w} + p_1) + a_1'.e^{+\sigma x}.\cos n(t + \frac{x}{w} + p_2) \quad (14)$$

en

$$s = c_1.e^{-\sigma x}.\cos n(t - \frac{x}{w} + p_1') + c_1'.e^{+\sigma x}.\cos n(t + \frac{x}{w} + p_2') \quad (15)$$

Door substitutie van 14 en 15 in de uitgangsvergelijkingen 7 en 5 zijn dan de onbekenden a_1, a_1', c_1, c_1', p, w en σ alle op te lossen.

We gaan nu over tot de gevallen dat naast de getijbeweging een constante stroom optreedt, dus problemen zooals deze op de benedenrivieren voorkomen. Stellen we ons weer eerst het eenvoudigste geval voor, zooals dit in fig. 42 weergegeven is, n.l. een oneindig lange rivier met constant profiel. Als randvoorwaarden zijn gegeven het vertikale getij bij A n.l.

Fig. 42.

η_a = a.cos nt, en den opperwaterafvoer S.

De vertikale beweging in het kanaal wordt dan gevonden in den vorm 12, dus $\eta = a.e^{-\sigma x}.\cos n(t - \frac{x}{w})$.

Wat het horizontale getij betreft, geldt dat voor $x \rightarrow \infty$, $s \rightarrow S$, daar in $x = \infty$ de getijbeweging uitgestorven is, zoodat hier de oplossing gezocht moet worden in den vorm:

$$s = c.e^{-\sigma x}.\cos n(t - \frac{x}{w} + p) + S. \quad (16).$$

De waarden van c, w, p en σ kunnen berekend worden door 12 en 16 te substitueeren in de uitgangsvergelijkingen, waarvoor nu de vergelijkingen van Mazure (verg. 43, blz. 93 en verg. 54 en 55, blz. 98 van zijn proefschrift) in aanmerking komen.

We beschouwen nu verder een geval waarbij interferentie optreedt (fig. 43). Als randvoorwaarden zijn gegeven het vertikale en horizontale getij in A, n.l.

Fig. 43.

η_a = a.cos nt en s_a = c.cos.n (t + p) + S.

Hierin is de opperwaterafvoer begrepen. In het kanaal 1 zal interferentie ontstaan, en we hebben hier dus te maken met een invallende golf welke stroomopwaarts loopt en een teruggekaatste golf welke met den opperwaterstroom mee gaat. Hun voortplantingssnelheid is niet gelijk. Een golf zal zich n.l. stroomafwaarts sneller voortplanten dan stroomopwaarts doordat de diepte van het doorstroomingsprofiel tengevolge van de vertikale waterbeweging verandert. Men kan dit als volgt beredeneeren:

1. Stel dat een golf zich tegen een constanten stroom in voortplant zonder weerstand. Bij stijging van den waterspiegel ontstaat dan een verhangkracht welke tegen dezen stroom inwerkt. Bij afwezigheid van een permanenten afvoer dient deze kracht uitsluitend voor de versnelling van den getijstroom. In het beschouwde

geval moet zij er echter tevens voor zorgen dat de "afvoersnelheid" de noodige vertraging ondervindt tengevolge van het toenemen van het dwarsprofiel, immers, wanneer we den opperwaterafvoer als constant aannemen, moet de stroomsnelheid, die hierdoor veroorzaakt wordt bij een klein profiel sterker zijn dan bij een groot. De verhangkracht moet dus meer doen dan wanneer er alleen getijbeweging zou zijn. Bij daling van den waterspiegel werkt de verhangkracht met den opperwaterstroom mee, maar moet haar tevens versnellen, tengevolge van het kleiner worden van het profiel. In beide gevallen krijgt de verhangkracht dus "extra werk", en zal dus grooter moeten worden, hetgeen bereikt wordt door een vermindering van de voortplantingssnelheid. Op analoge wijze kan aangetoond worden dat een golf welke met den stroom meeloopt zich tengevolge van de bovenbedoelde invloed sneller voortplant.

2. Door het optreden van een weerstand welke evenredig is met het kwadraat van de stroomsnelheid wordt dit verschil in voortplantingssnelheid nog grooter. Bij een rivieropwaartsloopende golf zijn de alleen tengevolge van deze golf veroorzaakte getijstroom en de opperwaterstroom bij maximum ebstroom gelijkgericht terwijl de waterspiegel lager is dan de middenstand. De afvoer bereikt dus haar grootste waarde bij een kleiner profiel dan het gemiddelde. De stroomsnelheid en ook de weerstand zullen dan naar verhouding groot zijn. Omgekeerd is dan de weerstand bij maximum vloedstroom, welke nabij hoogwater optreedt, naar verhouding gering. Daarentegen werken bij een stroomafwaartsloopende golf de door deze veroorzaakte getijstroom en de opperwaterafvoer elkander bij maximum eb tegen en hebben ze bij maximum vloed dezelfde richting, waardoor de totale weerstand bij eb geringer, bij vloed grooter is dan in het geval van een stroomopwaartsloopende golf. Ware nu de weerstand evenredig met de stroomsterkte, dan zou de gemiddelde weerstand van beide golfbewegingen dezelfde zijn. Daar zij echter in werkelijkheid evenredig is met het kwadraat van de stroomsnelheid, is de weerstand welke de stroomopwaartsloopende golf ondervindt in totaal grooter. Daardoor wordt haar voortplantingssnelheid geringer, terwijl zij sterker gedempt wordt dan de stroomafwaarts trekkende golf.

Zou men nu in de uitgangsvergelijkingen de verandering van de waterdiepte geheel verwaarloozen, zooals Lorentz dit deed, dan komt dit effect niet tot uitdrukking. Bij Mazure's methode wordt echter deze verandering niet geheel verwaarloosd, zoodat bij gebruikmaking van zijn uitgangsvergelijkingen wel gedeeltelijk rekening met dit verschijnsel wordt gehouden, en hij onderscheidt een dempingscoëfficient u_1 en een vertragingscoëfficient v_1, van de rivierafwaartsgaande golf van de resp.

grootheden u_2 en v_2 welke behooren bij de rivieropwaartsloopende golf (blz. 116 van zijn proefschrift). De golfbeweging in kanaal 1 wordt dan voorgesteld door de formules:

$$\eta = a_1 . e^{-\sigma_1 x} . \cos n(t - \frac{x}{w_1} + p_1) + a_1' . e^{+\sigma_1' x} . \cos n(t + \frac{x}{w_1'} + p_2) \quad (17).$$

$$s = c_1 . e^{-\sigma_1 x} . \cos n(t - \frac{x}{w_1} + p_1') + c_1' . e^{+\sigma_1' x} . \cos n(t + \frac{x}{w_1'} + p_2') . (18).$$

Het aantal onbekenden dat thans opgelost moet worden is dus grooter dan wanneer men met een zuivere getijbeweging te maken heeft.

6. Exacte oplossing van het getijprobleem. (voor de fig. Bijlage 7)

We hebben gezien dat een getijbeweging welke zich zuiver sinusoidaal voortplant in de praktijk niet voorkomt. Door bepaalde vereenvoudigingen, n.l. door de veranderingen in een doorstroomingsprofiel geheel of gedeeltelijk te verwaarloozen, door een weerstand in te voeren welke evenredig is met de gemiddelde stroomsnelheid inplaats van met het kwadraat hiervan en door geheele of gedeeltelijke uitsluiting van de kracht van Bernouilli kan het probleem op een sinusoidale getijbeweging teruggebracht worden. De vergelijkingen voor de waterbeweging worden dan lineair, zoodat integratie gemakkelijk is. Het spreekt dat deze methode alleen aan het doel beantwoordt, wanneer het berekende sinusoidale getij niet te veel van den werkelijken bewegingsvorm afwijkt.

In sommige gevallen is die benadering voldoende, zoo b.v. in het geval dat door Lorentz onderzocht werd. In het betrekkelijk diepe geulennet der zeearmen, waar tevens niet te groote stroomsnelheden optreden, kan het getij vaak bevredigend door een M_2 sinusoide voorgesteld worden. Anders is dit in vele gevallen voor de benedenrivieren. Hier is tengevolge van de geringe diepte der geulen en een betrekkelijk groote stroomsnelheid meestal een belangrijk verschil tusschen de normale getijbeweging en het M_2 getij waar te nemen. Verder is de methode die men kiest voor de berekening ook afhankelijk van hetgeen gevraagd wordt. Zoo kunnen b.v. de hoogwaterstanden van een getijbeweging beter worden benaderd dan de maximum stroomsnelheden, waarbij gemakkelijk fouten van 20 tot 30% kunnen optreden.

In hoofdstuk 4, onder b zagen we hoe reeds op zee uit het M_2getij de z.g. bovengetijden ontstaan, waarvan de voornaamsten het M_4 en het M_6 getij zijn. De som van het M_2 getij en zijn bovengetijden noemden we het samengestelde M getij. Voornamelijk omdat de weerstand, welke de getijgolf bij haar voortplanting op zee ondervindt gering is, is het aandeel van de bovengetijden in het samengestelde M getij in verband met de praktische eischen meestal te verwaarloozen. Wanneer derhalve een normale getijgolf aan den mond als randvoorwaarde voor een getijprobleem gegeven is, mag deze vaak benaderd worden door een sinusoide met de frequentie van het $M2$ getij. Maar al mag men uitgaan van een M_2 getij als randvoorwaarde, dan zal men toch veelal de vervorming welke dit sinusoidale getij bij zijn voortplanting door het beschouwde geulenstelsel ondergaat niet mogen verwaarloozen. Met vervorming wordt hierbij dan natuurlijk niet de zuivere demping of versterking van het getij bedoeld, waarbij de sinusoidale vorm bestaan blijft. Door den weerstand welke een getijgolf op onze rivieren ondervindt is de invloed van de bovengetijden daar grooter dan op zee en neemt rivieropwaarts toe, waardoor het getij steeds sterker vervormd wordt. Afhankelijk van de eischen welke men aan de berekening stelt, zal het dus vaak voorkomen dat de werkelijkheid niet voldoende benaderd wordt door alleen het M_2getij te berekenen. Het kan dan soms voldoende zijn, wanneer men de bovengetijden van het M_2 getij in de berekening betrekt, zooals door Lorentz in zijn voorbeeld van een "kwadratische" methode (§ 98 rapport commissie Lorentz), en door Dronkers in zijn artikel in de ingenieur (No. 34, 1935) gedaan werd. Laatstgenoemde neemt hierbij in de randvoorwaarde het aan den mond van zijn stelsel reeds aanwezige M_4 en M_6getij aan, hetgeen beter is, daar in die gevallen, waar men met de vervorming van het getij in het stelsel moet rekenen juist de som van het reeds in den mond aanwezige bovengetij en de verdere vervorming in het stelsel van belang is. Wat de bovengetijden M_4 en M_6 betreft, zijn in tabel V. van Bijlage 1 voor verschillende plaatsen langs onze rivieren de amplituden van deze getijden gegeven, benevens hun verhouding tot het M_2getij, het verschil tusschen de dubbele amplitude van het M_2getij en van het $M_2+M_4+M_6$ getij, en verder nog de faseverschuiving welke door het M_4getij en het M_6getij veroorzaakt wordt. In welken zin wordt het samengestelde M getij vervormd? We hebben gezien dat een getijgolf zich bij benadering voortplant met een snelheid welke evenredig is met den wortel uit het product van waterdiepte en zwaartekracht. Voor het theoretische geval zonder wrijving vonden we $w = \sqrt{gH}$ en na invoering van een lineairen wrijvingsterm $W = k.s.$;

$w = \frac{\sqrt{gH\cos d}}{\cos \frac{1}{2} d}$, waarin $\operatorname{tg} d = \frac{k}{n}$, of algemeen:

$$w = \alpha\sqrt{gh}.$$

We zien dus dat een golfgedeelte zich sneller voortplant, naarmate dit dichter bij het hoogwater gelegen is, door de grootere diepte. Het hoogwater plant zich derhalve sneller voort dan het laagwater. Dit verschil wordt nog vergroot door de

aanwezigheid van een bodemweerstand waarvan de invloed op het waterlichaam relatief grooter is naarmate de waterdiepte geringer is. Het hoogwater zal dus het voorafgaande laagwater iets inhalen. Het tijdsverloop van laag- naar hoogwater zal korter, van hoog- naar laagwater langer worden. Dit vervor-
Fig. 44. mingsproces is schematisch voorgesteld in fig. 44.
De "helling" A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, enz. wordt steeds steiler, de helling B_1A_2, B_2A_3, B_3A_4, enz. steeds flauwer, totdat een evenwicht bereikt is. Het zijn nu het M_4 en M_6 getij, die deze vervorming voornamelijk aangeven, waarbij nog opgemerkt wordt, dat het M_2, M_4 en M_6getij elkaar nog onderling beinvloeden. Een indruk van de afwijking welke gevonden wordt wanneer met een lineaire bewegingsvergelijking gerekend wordt en dus het M_4 en M_6 getij verwaarloosd wordt, geeft fig. 44 op blz. 178 van het rapport Lorentz. Zij geeft de uitkomsten van de berekening van de voortplanting van een M_2 getij door een kanaal met een diepte van 8 m. en een lengte van 30 km. Deze berekening werd zoowel voor een lineairen als voor een kwadratischen weerstand uitgevoerd. Berekend werd het vertikale getij op 15 en 30 km. vanaf het beginpunt. Er is een duidelijk verschil in uitkomst zichtbaar.

In bepaalde gevallen, b.v. wanneer het gaat om een stormvloedsberekening, kan het echter voorkomen dat zelfs door de betrekking in de berekening van de bovengetijden van het M_2getij nog geen voldoende benadering van de werkelijkheid wordt verkregen. Het is dan wenschelijk om met het getij in zijn volledigen vorm te rekenen, dus met het geheele samenstel van astronomische, samengestelde en bovengetijden, benevens den metereologischen invloed op het getij.

Hetzij men nu genoegen neemt met een samengesteld M getij, of dat men de waterbeweging nog vollediger wil benaderen, in beide gevallen zal bij de berekening moeten worden uitgegaan van een niet lineaire bewegingsvergelijking (de methode van een stormvloedsberekening, welke door Mazure in zijn proefschrift gegeven wordt, en waarbij hij, door den stormvloed te benaderen door een explosieve slingering toch van een lineaire bewegingsvergelijking kan uitgaan, wordt hier buiten beschouwing gelaten)

In hoofdstuk 5 werd aangetoond dat door uit te gaan van een lineaire bewegingsvergelijking de getijbeweging benaderd kan worden door een sinusoidale beweging waarvoor de volgende algemeene formules opgesteld kunnen worden:

$$\eta = a_1 . e^{-\sigma' x} . \cos n(t - \frac{x}{w_1} + p_1) + a_1' . e^{+\sigma' x} . \cos n(t + \frac{x}{w_1} + p_2) \qquad 17.$$

$$s = c_1 . e^{-\sigma' x} . \cos n(t - \frac{x}{w_1} + p_1') + c_1' . e^{+\sigma' x} . \cos n(t + \frac{w}{w_1} + p_2') \qquad 18.$$

Zijn nu in een bepaald geval de profielsgrootheden en de randvoorwaarden bekend, dan kunnen voor ieder vak de grootheden a_1, a_1', c_1, c_1' en verder de dempingsfactoren σ, de fasegrootheden p en de voortplantingssnelheden w berekend worden. Door deze vakconstanten in de formules 17 en 18 te substitueeren zijn dan ook η en s bekend. In het onderhavige geval, waarbij niet van een lineaire bewegingsvergelijking wordt uitgegaan, en de getijbeweging dus niet door een sinusoide wordt voorgesteld is de oplossing van het probleem minder eenvoudig. We zagen dat dan de getijgolf bestaat uit een reeks golven met oploopende frequentie, welke golven elkander onderling beïnvloeden. De volledige oplossing van de uitgangsvergelijkingen zal dus in verband hiermede ook een reeks zijn. Een oplossing in den vorm van een reeks sinustermen is hier niet alleen zeer bewerkelijk, maar vooral onoverzichtelijk. Men moet hierbij bedenken, dat er nu b.v. in een vak geen sprake meer is van een constante voortplantingssnelheid w, waar deze thans afhankelijk wordt van de waterdiepte en den weerstand op een bepaald moment. Zoowel diepte als weerstand zijn dan bovendien niet functies van één sinusoide, maar van een groot aantal tezamen. Het begrip voortplantingssnelheid wordt dus een zeer gecompliceerde functie. Evenzoo wordt de amplitude van iedere sinusoide beinvloed door de andere golven. Tengevolge van deze onderlinge beinvloeding biedt een oplossing in den vorm van een splitsing in afzonderlijke golven groote moeilijkheden en in een probleem als het onderhavige is het daarom gebruikelijk om de oplossing te zoeken in den vorm van een machtreeks, n.l.:

$$z = F_0(t) - \frac{F_1(t)}{1!}x + \frac{F_2(t)}{2!}x^2 - \frac{F_3(t)}{3!}x^3 + \ldots\ldots \qquad 19.$$

$$s = Q_0(t) - \frac{Q_1(t)}{1!}x + \frac{Q_2(t)}{2!}x^2 - \frac{Q_3(t)}{3!}x^3 + \ldots\ldots \qquad 20.$$

waarin z de waterhoogte boven een horizontaal vlak voorstelt. Voor zeearmen, waar het middenstandsverhang nul gesteld mag worden, kan de onbekende z vervangen worden door de grootheid h. Wanneer men dan bovendien de diepteverandering ~~van~~ door het vertikale getij buiten beschouwing laat en stelt: $h = H + \eta$, waarin H de waterdiepte in den middenstand voorstelt, dan kan in 19 onder z de waterhoogte boven, resp. onder het middenstandsvlak verstaan worden, zoodat dan $z = \eta$ wordt.

Hier worden dus waterhoogte en stroom niet ontleed in golven met verschillende frequenties, maar wordt het getij als één geheel beschouwd.

Inplaats van een aantal constante vakgrootheden, zooals in de vergelijkingen 17 en 18 voorkomen moeten nu met den tijd